CLUBE DE MATEMÁTICA

Ensino Médio em Movimento:
uma experiência com o ensino de funções

Mayline Regina Silva
Wellington Lima Cedro
[Orgs.]

Pedro & João editores

CLUBE DE MATEMÁTICA
ENSINO MÉDIO EM MOVIMENTO:

UMA EXPERIÊNCIA COM O ENSINO DE FUNÇÕES

Pedro e João
editores

MAYLINE REGINA SILVA
WELLINGTON LIMA CEDRO
(ORGANIZADORES)

CLUBE DE MATEMÁTICA ENSINO MÉDIO EM MOVIMENTO:

UMA EXPERIÊNCIA COM O ENSINO DE FUNÇÕES

Pedro e João editores

Copyright © Autoras e autores

Todos os direitos garantidos. Qualquer parte desta obra pode ser reproduzida, transmitida ou arquivada desde que levados em conta os direitos das autoras e dos autores.

Mayline Regina Silva; Wellington Lima Cedro [Orgs.]

Clube de Matemática Ensino Médio em Movimento: uma experiência com o ensino de funções. São Carlos: Pedro & João Editores, 2026. 208p. 16 x 23 cm.

ISBN: 978-65-265-2604-0 [Impresso]
978-65-265-2603-3 [Digital]

1. Clube de Matemática Ensino Médio. 2. Movimento Lógico-Histórico do Conceito de Função. 3. Atividade Orientadora de Ensino. 4. Coletividade. I. Título.

CDD – 370

Capa: Marcos Della Porta
Ficha Catalográfica: Hélio Márcio Pajeú – CRB – 8-8828
Diagramação: Nicole Cavalcante Duque Gredilha Coelho
Editor: Valdemir Miotello
Diretores executivos: Pedro Amaro de Moura Brito & João Rodrigo de Moura Brito

Conselho Editorial da Pedro & João Editores:
Augusto Ponzio (Bari/Itália); João Wanderley Geraldi (Unicamp/Brasil); Hélio Márcio Pajeú (UFPE/Brasil); Maria Isabel de Moura (UFSCar/Brasil); Maria da Piedade Resende da Costa (UFSCar/Brasil); Valdemir Miotello (UFSCar/Brasil); Ana Cláudia Bortolozzi (UNESP/Bauru/Brasil); Mariangela Lima de Almeida (UFES/Brasil); José Kuiava (UNIOESTE/Brasil); Marisol Barenco de Mello (UFF/Brasil); Camila Caracelli Scherma (UFFS/Brasil); Luís Fernando Soares Zuin (USP/Brasil); Ana Patrícia da Silva (UERJ/Brasil).

Pedro & João Editores
www.pedroejoaoeditores.com.br
13568-878 – São Carlos – SP
2026

SUMÁRIO

PREFÁCIO **9**
Maria do Carmo de Sousa

APRESENTAÇÃO **13**
Mayline Regina Silva
Wellington Lima Cedro

CAPÍTULO 1: O CLUBE DE MATEMÁTICA POR UMA PERSPECTIVA HISTÓRICA **15**
Ana Clara Emanuele Rezende
Nathália Félix Figo
Mayline Regina Silva

CAPÍTULO 2: O MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO DE FUNÇÃO **33**
Gabriella Rosa Pereira
Giovanna Lima Amancio Moraes
Marcos Henrique Alves Chaves
Maria Eduarda Viana Batista Camargo

CAPÍTULO 3: A APROXIMAÇÃO ENTRE OS SUJEITOS COMO PONTO DE PARTIDA PARA A COLETIVIDADE **51**
Lucas Secundino H. S. Jacó
Marcos Henrique Alves Chaves
Mayline Regina Silva
Rafael Almeida Cândido
Vitória Karolliny de Almeida Silva

CAPÍTULO 4: ANALISANDO AS RELAÇÕES DE INTERDEPENDÊNCIA POR MEIO DAS NECESSIDADES DO PLANEJAMENTO DA CONSTRUÇÃO DE UM RESTAURANTE 65
Lucas Secundino Honório Santos Jacó
Mayline Regina Silva

CAPÍTULO 5: "MAS MARKETING É PROFISSÃO?" DISCUSSÕES SOBRE O CONCEITO DE TRABALHO POR MEIO DO ENSINO DE FUNÇÃO 79
Marcos Henrique Alves Chaves
Gabriella Rosa Pereira

CAPÍTULO 6: O LUCRO E SUAS RELAÇÕES ENTRE OS TIPOS DE VARIÁVEIS NA LEI DE FORMAÇÃO E O CAMPO DE VARIAÇÃO 97
Rafael Almeida Cândido
Lucas Secundino Honório Santos Jacó
Gabriella Rosa Pereira
Mayline Regina Silva

CAPÍTULO 7: UMA PROPOSTA DE GENERALIZAÇÃO PARA O SISTEMA DE ENTREGAS DO RESTAURANTE: POSSIBILIDADES PARA O ESTUDO DO NEXO INTERNO CAMPO DE VARIAÇÃO 119
Mayline Regina Silva
Júls Martins da Conceição
Rebeka Guimarães Reis
Rodrigo Guimarães Araújo

CAPÍTULO 8: A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE FUNÇÕES E A IMPORTÂNCIA DA SÍNTESE COLETIVA 135
Marcos Henrique Alves Chaves
Rafael Almeida Cândido
Mayline Regina Silva

CAPÍTULO 9: O QUE É FUNÇÃO: UMA SÍNTESE DO MOVIMENTO DE APROPRIAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO NO ÚLTIMO ENCONTRO DO CLUBE DE MATEMÁTICA ENSINO MÉDIO **153**
Giovanna Lima Amancio Moraes
Gabriella Rosa Pereira

CAPÍTULO 10: REFLEXÕES SOBRE A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES NO CLUBE DE MATEMÁTICA **171**
Wellington Lima Cedro

APRESENTAÇÃO DOS AUTORES E AUTORAS **197**

PREFÁCIO

Maria do Carmo de Sousa

Caros leitores, ao ler este livro organizado pelos coordenadores do Clube de Matemática Ensino Médio, da Universidade Federal de Goiás, professores e doutores Mayline Regina Silva e Wellington Lima Cedro terão oportunidade de conhecer as reflexões decorrentes de estudos teóricos e as tarefas elaboradas, coletivamente e desenvolvidas nas escolas da Educação Básica pelos até então, licenciandos e licenciados do curso de Matemática: Ana Clara Emanuele Rezende, Gabriella Rosa Pereira, Giovanna Lima Amancio Moraes, Júls Martins da Conceição, Lucas Secundino Honório Santos Jacó, Marcos Henrique Alves Chaves, Maria Eduarda Viana Batista Camargo, Nathália Félix Figo, Rafael Almeida Cândido, Rebeka Guimarães Reis, Rodrigo Guimarães Araújo e Vitória Karolliny de Almeida Silva.

Terão a oportunidade de conhecer a intencionalidade e a seriedade com que um grupo de pessoas se debruça a estudar um dos conceitos mais importantes para o Ensino Médio: o conceito de função. Sendo assim, os capítulos apresentados materializam as relações intrínsecas existentes nas unidades dialéticas ensino e pesquisa, bem como, na tríade ensino, pesquisa e extensão. Isso porque os estudos se fundamentam na teoria histórico-cultural e consideram o conceito de Atividade Orientadora de Ensino (AOE) preconizado por Moura (2010).

Cuidadosamente, os autores descrevem, detalhadamente, o movimento do grupo enquanto se apropriam dos nexos conceituais da função, tais como: movimentos da vida (irregulares e regulares), fluência, interdependência, variável, campo de variação, relação, conjunto e representação. Mostram que tais nexos promovem o pensamento algébrico, na medida em que as respostas às tarefas, fornecidas pelos alunos da Educação Básica não estão prontas e

acabadas. Aqui, todos os envolvidos têm a oportunidade de apresentar o movimento de seus pensamentos, configurando assim, o pensamento teórico de cada um sobre os conceitos de função e de coletividade.

Constatamos a coerência conceitual em todos os momentos do planejamento e do desenvolvimento das aulas, incluindo-se as reflexões sobre o que poderia ser a metodologia que o grupo vem utilizando nas salas de aulas da Educação Básica. Fundamentando-se em Giacomelli e outros (2022) chegam à conclusão de que ao fazer uso da AOE estão diante de uma proposta teórica e metodológica na medida em que os alunos da Educação Básica mostram que entraram em atividade de aprendizagem e enquanto futuros professores estão em atividade de ensino. Há aqui, a explicitação da unidade dialética atividade de aprendizagem e atividade de ensino. Configuraram a atividade pedagógica enquanto estiveram cursando licenciatura em Matemática.

Essa deveria ser a tônica de um curso de licenciatura. Criar possibilidades para que os futuros professores, neste caso, de Matemática, possam ser autônomos em suas criações, de forma a romperem com um ensino que prioriza a técnica, o algoritmo, presentes no ensino do conceito de função.

Nesse sentido, os cursos de licenciaturas de Matemática deveriam promover ações de formação, desde o início da graduação, de forma que os futuros professores possam ter acesso e se apropriarem dos nexos conceituais (internos e externos) dos conceitos matemáticos que irão ensinar na Educação Básica.

Quando compreendidos pelos profissionais do ensino, o movimento lógico-histórico de conceitos matemáticos pode se constituir em elementos didáticos que orientam os alunos a compreenderem melhor boa parte do percurso das construções teóricas que se apresentam em ideias matemáticas.

Ao se tornarem autores de tarefas de ensino, os futuros professores, podem ser autônomos, de forma a romper com a didática tradicional que fundamenta práticas de ensino de

Matemática, na maioria das escolas que priorizam exclusivamente a memorização dos conceitos.

No caso da perspectiva da teoria histórico-cultural, tais tarefas, criadas e desenvolvidas pelo grupo, consideram a função como instrumento lógico e histórico que promove a leitura de movimentos da vida, das nossas vidas, como por exemplo, pensar sobre a questão: *Como a comida move o mundo?*

Essa questão se configurou enquanto problema desencadeador, culminando na história virtual que envolveu a criação de um restaurante, considerando-se que a necessidade de nos alimentarmos e o movimento que pode ocorrer desde o planejamento da configuração de um restaurante, quando estudado do ponto de vista da teoria histórico-cultural, pode conter alguns nexos conceituais como a interdependência e a fluência que estão presentes nos movimentos regulares e irregulares de nossas vidas.

Nessa forma de organizar as aulas sobre o conceito de função, os autores puderam convidar os alunos da Educação Básica que cursavam o Ensino Médio a pensarem sobre os papéis que as variáveis podem assumir: incógnita na equação, parâmetro na inequação e variável, com todo o seu esplendor, no conceito de função.

Como afirma Caraça (1958), quando precisamos estudar e descrever movimentos regulares das nossas vidas e sofisticados, a variável pode ser considerada como *o ser e o não ser do número. Ao mesmo tempo que ele está, ele não está*.

Nesse sentido, ao entrar em contato com as os textos escritos pelos futuros professores, os leitores poderão constatar que, não há como negar os benefícios que a inserção dos licenciandos nas escolas da Educação Básica traz para o futuro profissional do ensino. As vivências aqui retratadas interferem, diretamente, na forma de pensar e de agir do futuro professor.

Ao mesmo tempo, as reflexões apresentadas em cada um dos capítulos explicitam a necessidade de se criar espaços nos cursos de licenciaturas para que os licenciandos possam elaborar e desenvolver tarefas de ensino com os pressupostos teóricos e

metodológicos presentes na teoria histórico-cultural e nos estudos do grupo. Aqui, o espaço é o Clube de Matemática.

Nesse contexto, a formação inicial de professores é compartilhada por envolver no mínimo, três comunidades distintas: a de futuros professores, os licenciandos; a dos professores da Educação Básica; e a dos pesquisadores que investigam o ensino, preferencialmente, os pesquisadores da área da Educação Matemática.

Desejo a todos uma excelente leitura!

APRESENTAÇÃO

Este livro foi organizado com o objetivo de compartilhar o trabalho desenvolvido pelo projeto Clube de Matemática Ensino Médio, da Universidade Federal de Goiás. As reflexões apresentadas resultam de estudos, debates, planejamentos, desenvolvimento de ações de ensino e avaliações acerca da apropriação do conceito de função. Ressaltamos que estas experiências são importantes e que contribuem para pensar os modos de organização do ensino e a formação inicial de professores de Matemática, mas não são modos únicos nem prescrevem uma verdade absoluta.

Dedicamos as páginas seguintes, a avaliar o nosso próprio trabalho e articulá-lo a movimentos necessários para a formação inicial de professores de Matemática, por meio dos modos de constituição do Clube de Matemática Ensino Médio, enquanto um espaço formativo tanto para a identidade docente, quanto para estudante da Educação Básica.

Os textos estão organizados da seguinte forma: no primeiro capítulo, é descrito uma apresentação histórica e formativa do projeto Clube de Matemática Ensino Médio; já o segundo capítulo permeia as relações do movimento lógico-histórico do conceito de função, que é o tema central estudado no projeto; os capítulos do terceiro ao nono são compostos por relatos de experiências de tarefas de ensino elaboradas pelo grupo; e o décimo capítulo traz uma reflexão sobre a formação de professores no Clube de Matemática.

Esperamos que este livro possa contribuir com a comunidade escolar e acadêmica, por meio das reflexões discorridas, e além disso, que este material possa agregar principalmente, como o nosso próprio crescimento diante de nossa responsabilidade social enquanto professores e professoras de Matemática.

Mayline Regina Silva
Wellington Lima Cedro

CAPÍTULO 1: O CLUBE DE MATEMÁTICA POR UMA PERSPECTIVA HISTÓRICA

Ana Clara Emanuele Rezende
Nathália Félix Figo
Mayline Regina Silva

O Clube de Matemática

Para compreender a historicidade do Clube de Matemática, é essencial realizar um breve estudo sobre os fundamentos teóricos que embasaram sua criação na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FE/USP) em 1999. O projeto, inicialmente atrelado a uma atividade de estágio, se apoiava na concepção da Educação como prática social, conforme o entendimento de Brandão (1995 apud CEDRO, 2005). Essa perspectiva evidenciou a necessidade de uma organização pedagógica que promovesse a criação de espaços de aprendizagem.

A escolha do termo "espaço" fundamenta-se na obra de Certeau (1994 apud CEDRO, 2005), que o define como um lugar dinâmico, em constante transformação, marcado pelas ações e interações dos sujeitos que o habitam. Segundo Cedro (2005, p. 47), espaços de aprendizagem são "o lugar da realização da aprendizagem dos sujeitos orientado pela ação intencional de quem ensina [...] conseguida por meio das atividades orientadoras de ensino".

Essas atividades configuram-se como elementos de mediação entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem, entendidas como processos dialógicos e indissociáveis, ainda que analisadas separadamente para fins de estudo. Seus elementos característicos – necessidades, motivos, ações e operações – constituem a base teórica que sustenta o cerne dos estudos do projeto: "o estabelecimento de um

espaço para discussão e reflexão sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática" (Cedro, 2008, p. 72).

Em sua composição inicial, o Clube de Matemática reunia estudantes dos cursos de Pedagogia, Licenciatura em Matemática e Pós-Graduação em Educação, sob a orientação do professor Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura. Além disso, contava com a participação de estudantes do Ensino Fundamental do Colégio de Aplicação, também vinculado à mesma instituição de ensino.

O projeto, inicialmente concebido por Moura, não se restringiu aos limites da USP. Com o desenvolvimento de ações práticas e estudos teóricos fundamentados na Teoria Histórico-Cultural, o Clube de Matemática se expandiu, por meio das relações com professores que iam finalizando a pós-graduação e ocupando espaço enquanto docentes em outras Instituições de Ensino Superior (IES). Em 2009, o projeto se consolidou na Universidade Federal de Goiás (UFG) e na Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Ao longo dos anos, o clube encontrou espaço também na Universidade Estadual de Goiás (UEG), Campus Quirinópolis (em 2018), na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) e no Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), Campus Vitória, em 2019 e 2020 respectivamente.

Espaços de Formação e Transformação: A Experiência do Clube de Matemática Ensino Médio na Universidade Federal de Goiás

Na Universidade Federal de Goiás, o Clube de Matemática Ensino Médio (CluMat Ensino Médio) é um dos projetos que compõem o Programa de Educação Tutorial da licenciatura em Matemática (PETMAT). O Programa de Educação Tutorial (PET), financiado pelo Ministério da Educação (MEC), está vinculado a diferentes Instituições de Ensino Superior (IES) espalhadas por todo o Brasil, abrangendo várias áreas de conhecimento. Cada um desses grupos é composto por bolsistas, voluntários, que são estudantes de graduação e um professor tutor, de modo que todos devem ser regularmente vinculados à IES e à área de pesquisa do grupo.

Os grupos do PET desenvolvem ações que visam aprimorar a qualidade da formação dos participantes, realizadas por meio de ações de ensino, pesquisa e extensão. Essas práticas extrapolam o requerido pelas matrizes curriculares dos cursos, objetivando uma formação mais abrangente. Como evidenciado na seguinte citação:

> …busca propiciar aos alunos, sob a orientação de um professor tutor, condições para a realização de atividades extracurriculares, que complementem a sua formação académica, procurando atender mais plenamente as necessidades do próprio curso de graduação e/ou ampliar e aprofundar os objetivos e os conteúdos programáticos que integram sua grade curricular (Manual - PET 2006).

De acordo com a Portaria MEC nº 976, de 27 de julho de 2010, os objetivos do PET incluem:

> I - Desenvolver atividades acadêmicas em padrão de qualidade de excelência, mediante grupos de aprendizagem tutorial de natureza coletiva e interdisciplinar;
> II - Contribuir para a elevação da qualidade da formação acadêmica dos alunos de graduação;
> III - Estimular a formação de profissionais e docentes de elevada qualificação técnica, científica, tecnológica e acadêmica;
> IV - Formular novas estratégias de desenvolvimento e modernização do ensino superior no país; e
> V - Estimular o espírito crítico, bem como a atuação profissional pautada pela cidadania e pela função social da educação superior. (Brasil, 2013).

Cada grupo possui autonomia para planejar suas atividades ao longo do ano letivo, desde que apresente previamente um "Plano de Atividades", que deve ser aprovado pelo comitê local da IES. A avaliação considera a coerência entre as ações planejadas e a filosofia, os objetivos e as características do PET.

Segundo dados do MEC (2010), o PET possui 842 grupos distribuídos por 121 IES. A Universidade Federal de Goiás (UFG) abriga nove grupos: PET Geografia, PET Enfermagem, PET

Engenharia de Alimentos, PET Matemática (PETMAT), PET Nutrição, PET Licenciatura Intercultural Indígena, PET Ciências Sociais, PET Engenharias e PET Ciências Biológicas.

Instituído em 2007 na UFG, o PETMAT é composto por doze bolsistas, quantidade máxima prevista pelo Manual de Orientações Básicas (2006), que são estudantes de diferentes períodos do curso de Licenciatura em Matemática. Uma das particularidades dos grupos do PET reside na diversidade de estudantes envolvidos, refletindo nas constantes mudanças decorrentes de desligamentos e novos ingressos. No período de 2012 a 2025, o PETMAT registrou 100 novos ingressos.

As ações propostas no Plano de Atividades do PETMAT são organizadas e desenvolvidas por meio de projetos, dentre os quais se destacam cinco em virtude de seu longo período de duração: Matemática Básica em Perspectiva (MBP), criado em 2011; Matemática no Circo, em vigor desde 2012; e os Clubes de Matemática para Ensino Fundamental (CluMat-EF, 2009) e Ensino Médio (CluMat Ensino Médio, 2021).

O CluMat-EF, foi implementado na UFG em 2009, inicialmente como uma proposta vinculada ao Estágio I e II, disciplinas obrigatórias pertencentes à matriz curricular do curso de Licenciatura em Matemática da UFG. Ambas as disciplinas deveriam, obrigatoriamente, estar vinculadas a projetos desenvolvidos na IES.

A proposta foi defendida por Wellington Lima Cedro, que coordenava a fase de estágio, ressaltando seu potencial formativo para os sujeitos envolvidos. Como enfatizado pelo autor, o Clube de Matemática é "[...] um espaço de aprendizagem tanto para os futuros professores quanto para os estudantes da Educação Básica e para os professores que ensinam matemática" (Cedro, 2004, p.6).

Em 2011, o CluMat-EF passou a ser vinculado ao Observatório da Educação (OBEDUC) da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), mantendo essa parceria por quatro anos. Contudo, devido a problemas orçamentários, essa colaboração foi encerrada em 2015. No ano seguinte, após o início

da supervisão do professor Wellington no PETMAT, o Clube de Matemática foi reintegrado como um dos projetos do programa. Desde então, diversos integrantes do PETMAT têm participado ativamente de todos os processos organizacionais de ensino propostos por Moura em 1999.

Neste mesmo período, a professora Dra. Mayline Regina Silva, que estava realizando seu mestrado em Educação em Ciências e Matemática, na UFG, sob a orientação do professor Wellington, mobilizou alguns estudantes envolvidos no projeto para participar de encontros focados em estudos aprofundados sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Vale destacar que a relação da doutora Mayline com o PETMAT da UFG teve início ainda durante sua graduação, como bolsista do programa. Essa experiência foi fundamental para sua formação acadêmica e fortaleceu seu envolvimento com o CluMat Ensino Médio, contribuindo para a construção de uma trajetória marcada pelo compromisso com a pesquisa e com práticas pedagógicas colaborativas.

Durante essas reuniões, foram discutidas obras que exploraram o conhecimento matemático de maneira abrangente, com ênfase nas suas relações com as necessidades humanas históricas. Esses movimentos foram analisados de maneira sistemática na dissertação de mestrado da professora (Silva, 2019), que abordou o processo de formação inicial de professores envolvidos no CluMat-EF da UFG.

Em 2020, a professora, juntamente com os participantes do programa na época, decidiu, no contexto da produção de sua tese de doutorado, dar continuidade aos estudos e aprofundar seu eixo de pesquisa voltado à formação inicial de professores de Matemática. Dessa vez, o foco das práticas desenvolvidas em um novo projeto foi direcionado a estudantes do Ensino Médio, fundamentando-se na Teoria Histórico-Cultural e na Atividade

Orientadora de Ensino (AOE)[1]. Esta, por sua vez, tem como uma de suas principais características o trabalho coletivo entre os envolvidos nos processos formativos, como destaca Silva (2019) ao se referir às experiências desenvolvidas no Clube de Matemática:

> A proposta do projeto, dessa maneira, está intrinsecamente ligada aos preceitos histórico-culturais de promoção da atividade, como aspecto essencial na constituição da prática pedagógica, que desencadeia e articula o desenvolvimento do indivíduo, do coletivo e do currículo (Silva, 2019, p. 75).

Com a chegada da pandemia de COVID-19, as atividades presenciais do PETMAT foram suspensas a partir de 16 de março de 2020. Em resposta a essa situação desafiadora, algumas reestruturações foram necessárias, de forma que o projeto Matemática Básica em Perspectiva[2] foi o único projeto que permaneceu ativo de forma remota. Posteriormente, em 2021, houve o lançamento do Clube de Matemática Ensino Médio (CluMat Ensino Médio), supervisionado pela professora Mayline, ainda de maneira remota.

As primeiras ações relacionadas ao CluMat Ensino Médio consistiram em encontros formativos voltados para estudos da atividade pedagógica dentro da perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, além da discussão sobre o conceito de função, que foi o conteúdo matemático selecionado pelo grupo.

Entre os autores analisados durante o desenvolvimento do projeto, alguns se destacaram pela frequência e relevância de suas

[1] A Atividade Orientadora de Ensino (AOE), por meio de sua fundamentação, princípios e estrutura, apresenta-se como uma proposta orientadora para a organização do ensino. Possui atributos com potencial de proporcionar uma nova qualidade tanto na atividade de ensino do professor quanto na atividade de aprendizagem do aluno, pois se trata de um modo de organização do ensino que busca colocar os sujeitos em atividade (Oliveira e Panossian, p. 46, 2022).

[2] O *Matemática Básica em Perspectiva* é um curso de extensão vinculado ao PETMAT, que tem como objetivo reforçar conteúdos fundamentais da matemática escolar, destinado à comunidade em geral.

obras. Os estudos iniciais se basearam em uma compreensão abrangente da Matemática, abordando questões sobre como e por que ensinar e aprender esse conhecimento, fundamentando-se especialmente em Bishop (1999).

As investigações específicas sobre o conteúdo matemático em questão foram enriquecidas por uma extensa variedade de autores, incluindo Caraça (1998), que discute conceitos como quantidade e qualidade, fluência e interdependência; Eves (1997), que explora nexos como variável, constante, movimento e símbolo; Karlson (1961), que aborda temas como campo de variação e relação entre variáveis e Ribnikov (1987), que aprofunda conceitos relacionados à variação, dependência, representação e tipos de variáveis.

As discussões realizadas em torno das obras dos autores mencionados culminaram em encontros formativos do CluMat Ensino Médio com leituras e debates sobre o artigo de Sousa e Moura (2019), cujos autores sustentam suas teses na Teoria Histórico-Cultural e na Atividade Orientadora de Ensino. O artigo propõe uma reflexão crítica sobre as concepções relacionadas ao conceito de função, à luz de sua historicidade, fundamentando-se nos mesmos referenciais teóricos que foram objeto de estudo pelo grupo.

Em paralelo com esses estudos, foram feitas análises sobre como os livros didáticos abordam o conceito de função, as metodologias que geralmente são utilizadas por professores do ensino básico, incluindo sequências didáticas empregadas. Os membros do projeto também contribuíram ao compartilhar suas experiências de aprendizagem e de ensino desses conceitos.

As discussões movimentavam os sujeitos envolvidos no sentido de estabelecer qual seria a definição de função por meio de questões como: qual a definição que o grupo considerou correta para o conceito de função? Quais as perspectivas do grupo com relação à vivência do público do projeto? Qual a diferença o grupo queria fazer no ensino de tal conceito?

Diante dessas reflexões, o grupo notou que a realidade do ensino não era, de maneira geral, compatível com as características que moldaram o projeto atual. Colaborativamente, os membros

elaboraram a ementa do projeto, seus objetivos de ensino, os conteúdos matemáticos a serem abordados com os estudantes do Ensino Médio e as metodologias a serem desenvolvidas.

Seguindo essa trajetória, foram produzidos os planejamentos das aulas, que consistiram em um conjunto de sete encontros para estudantes da 1ª série do Ensino Médio. O planejamento inicial do projeto abrangia desde teoria de conjuntos até funções logarítmicas, sendo que, mesmo no contexto de tarefas remotas, foram realizados testes das aulas entre o grupo PETMAT, com adaptações conforme necessário e avaliações dos encontros.

No segundo semestre de 2021, foi realizado um processo seletivo com o objetivo de integrar quatro novos bolsistas ao PETMAT. Para situá-los em relação ao CluMat Ensino Médio, foram organizados encontros-teste realizados exclusivamente entre os petianos. Nessas ocasiões, os integrantes responsáveis pela criação das tarefas simulavam os encontros, conduzindo as atividades como fariam com os estudantes do Ensino Médio. Ao final de cada aula-teste, eram feitas considerações sobre a intencionalidade pedagógica de cada proposta, contextualizando-as com base nos estudos desenvolvidos nas fases anteriores do projeto.

Entretanto, após a realização dos sete encontros, tornou-se evidente a inquietação de alguns integrantes quanto à imprecisão ou à falta de alinhamento entre os objetivos de ensino estabelecidos e o "produto final" previsto no plano de ensino do projeto. Essas avaliações resultaram na reestruturação dos encontros, com ajustes nos objetivos, conteúdos e metodologias do plano de ensino, ainda antes da primeira aplicação do projeto na escola.

No ano de 2022 e a partir de então, o projeto é marcado por uma organização sistemática para as ações formativas dos grupos que conduzia a elaboração e desenvolvimento das tarefas, que consistia na realização de reuniões semanais ao longo de todo o ano letivo, além dos dois períodos anuais de ações nas escolas, sendo estes intimamente relacionados. Quando se inicia o projeto nas escolas, as reuniões semanais permanecem em andamento, assim, é formado um espaço para que os licenciandos construam relatos

sobre o encontro ocorrido na semana, destaquem os pontos positivos e os negativos, avaliem sua prática, a dos outros integrantes do projeto e a participação dos estudantes, além da organização dos materiais para o encontro seguinte nas escolas.

Frequentemente, essas discussões despertaram no grupo a necessidade de aprofundar seus conhecimentos sobre temas diversos. Entre os tópicos estudados, são especialmente relevantes as investigações sobre o desenvolvimento lógico-histórico dos conceitos, considerando os nexos conceituais que os interligam e a necessidade de apropriação dos saberes que foram historicamente construídos pela humanidade, bem como aspectos didáticos e sociais.

A organização e a estruturação do projeto podem ser comparadas a um ciclo contínuo de aprimoramento, impulsionado pela inquietação e pelo comprometimento dos participantes desde sua primeira edição até os dias atuais. Esse movimento cíclico inicia-se com a elaboração dos encontros, seguido do desenvolvimento das ações de ensino nas escolas públicas, avaliação das práticas e culmina no replanejamento e criação de novas tarefas, que são identificadas por demandas de reformulação no plano de ensino, alimentando e reiniciando o processo.

No início do ano de 2022, realizou-se a primeira edição do projeto nas escolas, que se deu em duas instituições públicas de período integral, contando com a participação de três turmas. Para a maior parte do grupo de licenciandos, essas intervenções foram a primeira experiência de docência. Dessa forma, muitos aspectos da realidade das turmas e das escolas não haviam sido considerados durante os planejamentos, o que era esperado. Consequentemente, perceberam que os "testes" dos encontros, realizados no período remoto entre os estudantes de matemática, não eram coerentes com o contexto, sendo necessário realizar alterações.

Um exemplo foi a organização dinâmica relacionada ao tempo estimado para cada parte do encontro, a discussão de vários conceitos era realizada em um curto período, insuficiente para a apropriação. Além disso, como nas aulas-teste o público era composto pelos próprios licenciandos, não surgiram muitas dúvidas

e os conteúdos anteriores não precisaram ser revisados, bastando que uma única explicação fosse suficiente para que o resultado esperado fosse alcançado, já que, as discussões entre os pares eram mais curtas e diretas do que as que ocorreram na sala de aula, de forma que não foram contabilizadas as intervenções que os professores precisariam fazer nos pequenos grupos de estudantes.

Os licenciandos, em conjunto com a professora Mayline, decidiram seguir com o desenvolvimento do projeto, realizando as adequações necessárias no planejamento. Com isso, os conteúdos previstos por encontro foram reduzidos: as funções afim e quadrática, que anteriormente seriam trabalhadas no mesmo encontro, passaram a ser desenvolvidas em dias diferentes, incluindo também um encontro para a transição entre elas. Além disso, foram retirados do planejamento os conceitos relacionados às funções logarítmica e exponencial.

Ainda neste período, uma inquietação do grupo culminou em uma nova característica do projeto: a necessidade da criação de um problema desencadeador[3] que interliga os encontros. Assim como na história dos conceitos matemáticos, um novo conceito só poderia ser abordado no próximo encontro, se no encontro anterior os sujeitos envolvidos se deparassem com uma dificuldade que gerasse a necessidade um novo instrumento mental (o conteúdo seguinte).

Formulou-se, então, uma situação baseada no transporte de malas por companhias aéreas, relacionando o peso das bagagens ao valor que seria pago por cada passageiro. O objetivo principal era promover uma transição entre o encontro que tratava de função afim e o de função quadrática: inicialmente, eram propostas

[3] O Problema Desencadeador é um elemento da Situação Desencadeadora da Aprendizagem (SDA), e é apresentado como um desafio, um problema ou uma pergunta que se assemelha aos processos humanos de produção do conhecimento e que mobiliza a atividade de aprendizagem. Ele deve contemplar o conceito a ser ensinado, o qual será necessário para a sua resolução; é ele também que desperta necessidades e motivos nos estudantes, mobilizando-os individual ou coletivamente para a solução, a partir da troca de ideias do problema proposto (Oliveira e Panossian, p. 57, 2022).

funções ‘afim’, nas quais o coeficiente angular (*a*) fosse a temperatura média nos continentes, entretanto, os estudantes eram incentivados a perceber que os passageiros com malas mais pesadas (com roupas de frio) pagavam valores inferiores do que aqueles com malas mais leves.

No encontro seguinte, portanto, apresentou-se uma nova proposta, na qual o coeficiente angular (*a*) passava a ser cinco por cento do peso de cada mala. Neste momento, a cobrança tornava-se diretamente proporcional ao peso das malas e a necessidade de calcular a porcentagem faria com que a variável *peso* fosse utilizada duas vezes, resultando em uma função quadrática.

Ao final da primeira edição do projeto, uma reunião de avaliação geral dos encontros foi realizada, resultando na identificação de novas demandas relacionadas à organização do processo de ensino e aprendizagem. Com base nessa discussão e nos estudos teóricos em andamento, os licenciados decidiram sobre os próximos passos, reformulando algumas das tarefas propostas.

Na segunda edição, a situação-problema que envolvia a organização de bagagens para uma viagem foi substituída pela criação de um restaurante. Um dos desafios centrais dessa nova proposta consistia no cálculo dos lucros, considerando que o restaurante perdia um cliente a cada aumento de um real no preço do prato.

Embora o problema pareça simples para licenciandos em Matemática, ele se revelou de grande complexidade para esse grupo de estudantes. Esse desafio gerou - e continua a gerar - horas de discussões durante muitas reuniões, que se estendem desde 2021 até o momento da escrita deste livro. Esse movimento de reflexão e análise ocorreu à medida que o grupo identificou as diversas variáveis que permeiam e influenciam a solução do problema como a qualidade dos produtos, a produtividade e a quantidade de funcionários, a quantidade de alimento no prato, a localização do restaurante, entre muitas outras.

O novo problema desencadeador trata de um espaço de trabalho e de convivência social e, portanto, não poderia ser

voltado apenas às questões financeiras. Durante as reuniões de planejamento e nos encontros de desenvolvimento das ações de ensino, os aspectos de natureza social são discutidos frequentemente, desde o surgimento da proposta até os dias atuais. Agora, também são abordadas discussões relacionadas à justiça social, como conceito de trabalho, salário, a jornada de trabalho e os direitos trabalhistas.

Durante esses quatro anos de projeto, o CluMat Ensino Médio, realizou parceria com duas escolas estaduais da região de Goiânia: CEPI Professor Joaquim Carvalho Ferreira e CEPI Deputado Prof. José Luciano, que contaram com o desenvolvimento do projeto em 5 diferentes turmas de primeiros anos, somando mais de 150 estudantes do Ensino Médio envolvidos e 31 professores de Matemática em formação.

Além dos encontros dos professores em formação em ambiente escolar e as reuniões entre a equipe executora do projeto, os licenciandos envolvidos no projeto organizam formas para a divulgação de suas ações. Convencidos pelo poder transformador do Clube de Matemática, os próprios professores em formação atuam também como pesquisadores dentro desse espaço.

Acredita-se que, por meio da divulgação de produções como resumos expandidos, artigos e livros, que discorrem sobre as ações realizadas pelo projeto, seja possível alcançar outros professores (sejam eles em formação inicial ou continuada), o que lhes permitiria o acesso a um princípio teórico-metodológico, que se difere do ensino tradicional.

Já no ano de 2022, quatro bolsistas do PETMAT participantes do projeto CluMat Ensino Médio, se mobilizaram com a escrita de um artigo sobre o projeto, que se enquadra na temática do XXVII ENAPET: O impacto do PETMAT para a educação, ciência e sociedade. Nesse artigo (Belo *et al*. 2022), os licenciandos destacaram a relevância do CluMat Ensino Médio e de suas ações para/com os estudantes do Ensino Básico, referente a primeira edição do projeto.

Desde 2022, a equipe do CluMat Ensino Médio, se envolveu na escrita e na apresentação de trabalhos nos mais diversos contextos. Como no Congresso de Ensino, Pesquisa e Extensão (CONPEEX) nos anos de 2023 (Cândido *et al*, 2023) e 2024 (Pereira *et al*, 2024) ocasiões em que foram submetidos resumos e apresentados pôsteres referentes ao projeto em desenvolvimento, sobre trabalhos escritos por integrantes do projeto, sob a orientação do tutor do programa e da professora pesquisadora, em que os próprios estudantes relataram de forma reflexiva sobre as contribuições do CluMat Ensino Médio em seus próprios processos de formação de professores de matemática e também sobre a perspectiva dos estudantes envolvidos no projeto.

Também foi publicado um trabalho sobre a terceira edição de desenvolvimento do projeto (Pereira, 2023). Nele, contém a análise entre a proposta de um dos encontros e o alcance de seus objetivos, mas dessa vez, o trabalho se ocupou da aprendizagem e formação com foco nos estudantes do Ensino Médio. Para a análise, os autores relacionam o enredo da história que envolvia os encontros, a participação dos estudantes e o estudo teórico de Marx (2013) e Vygotsky (2007) sobre o conceito de trabalho, compreendido como uma atividade humana transformadora e formativa. Trabalho este que foi também apresentado pela professora Dra. Mayline, por meio de pôster no VII Colóquio GEPAPe em Rede, em Vitória, no Espírito Santo.

No ano de 2024, foi apresentado em Recife (PE) um capítulo de livro a respeito dos Clubes de Matemática da UFG, Ensino Fundamental e Médio (Rezende *et al*. 2024), em que os autores dissertaram sobre o "O Papel do PET (e do Clube de Matemática no contexto dos autores) na Formação de Cidadãos como Agentes de Mudança" (temática do evento no qual o trabalho foi apresentado).

Com todo esse movimento formativo ao longo desses quatro anos de existência do projeto CluMat Ensino Médio, resolvemos sintetizar algumas reflexões sobre esse espaço formativo e compartilhar ideias com nossos pares, por meio deste livro. Desse modo, apresentaremos a seguir, o conjunto de tarefas elaboradas de

forma colaborativa entre os participantes do projeto. Embora não seja possível determinar uma data exata em que essas tarefas foram criadas, é possível traçar um recorte temporal que abrange o trabalho árduo e contínuo da equipe, desde a proposta inicial, desenvolvida em 2020, até a conclusão da quarta edição de seu desenvolvimento, em 2024. Ressalta-se que esse intervalo não representa o término das atividades do grupo nem o desfecho do projeto de ensino, mas sim, uma de suas muitas versões em evolução.

Clube de Matemática Ensino Médio: Um Espaço Formativo em Movimento

O Clube de Matemática, desde sua criação, demonstrou ser um espaço dinâmico de aprendizagem, contribuindo significativamente para a formação de professores e para o ensino da Matemática de forma integrada e contextualizada. Sustentado por princípios da Teoria Histórico-Cultural e pela Atividade Orientadora de Ensino, o projeto não apenas promove o desenvolvimento de práticas pedagógicas criativas e reflexivas, mas também possibilita a construção de um espaço de colaboração e dialógico, em que os envolvidos, desde os licenciandos até os estudantes da educação básica, podem compartilhar e transformar suas experiências de aprendizagem.

O percurso do projeto, marcado por constantes reflexões e reavaliações, evidencia a importância de alinhar as práticas pedagógicas às realidades e necessidades dos participantes. O processo cíclico de planejamento, intervenção e avaliação assegura que as ações propostas estejam em contínuo aprimoramento, permitindo uma abordagem crítica aos desafios encontrados.

Além disso, as discussões em torno de temas sociais, como justiça, trabalho e direitos, inseridas no contexto do problema desencadeador, reforçam o potencial do CluMat Ensino Médio como espaço formador não apenas de competências técnicas, mas também de consciência cidadã. Essa abordagem atrelada à

exploração de conceitos matemáticos, evidencia a relevância do projeto na formação integral dos sujeitos.

Os desafios enfrentados e superados ao longo dos anos reafirmam o papel do projeto como um exemplo vivo de como o ensino de Matemática pode ser ressignificado, ampliando horizontes e contribuindo para a construção de uma educação democrática e significativa.

Nesse sentido, este livro apresenta uma análise das tarefas desenvolvidas na última edição. O segundo capítulo será dedicado à conceituação de *função*, com base no referencial teórico adotado, abrangendo autores estudados pelo grupo durante todo o projeto. Do terceiro ao nono capítulo, serão detalhados e analisados os encontros por meio do referencial teórico atrelado aos respectivos objetivos de cada tarefa do problema desencadeador. No décimo capítulo, será realizada uma avaliação geral do projeto, abordando as contribuições para a formação de professores e a aprendizagem na Educação Básica.

Referências

BELO, J. S.; CHAVES, M. H. A.; OLIVEIRA, G. A.; PEIXOTO, J. P. C.; SILVA, M. R. *Clube de Matemática – Ensino Médio: professores em aprendizagem da docência*. In: ENAPET – Encontro Nacional de Grupos PET, 27., 2022, Três Lagoas–MS. *Anais...* [S.l.]: [Instituição organizadora], 2022. Sessão: "O impacto do PETMAT para a educação, ciência e sociedade".

BISHOP, A. J. *Ideologia e o discurso em educação matemática*. Tradução de Beatriz S. D'Ambrosio e Marilda G. de Souza. Campinas, SP: Papirus, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Superior. *Manual de orientações – PET*. Brasília: MEC, 2013.

BRASIL. Portaria MEC nº 976, de 27 de julho de 2010. *Diário Oficial da União: seção 1*, Brasília, DF, p. 103–104, 28 jul. 2010. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=6647-portaria-mec-976-27-07-2010&category_slug=setembro-2010-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 26 jul. 2024.

CÂNDIDO, R. A.; SOUSA, A. C. de; PEREIRA, G. R.; FONSECA, H. C. M. C. da. *Clube de Matemática no Ensino Médio: espaço de aprendizagem para a docência*. In: CONPEEX – Congresso de Pesquisa, Ensino e Extensão da UFG, 20., 2023, Goiânia. *Anais...* Goiânia: UFG, 2023. Disponível em: https://anaisconpeex.ciar.ufg.br/edicoes/20/index.html#trabalhos. Acesso em: 17 jul. 2025.

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da matemática*. 2. ed. Lisboa: Gradiva, 1998.

CEDRO, W. L. *O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: o clube de matemática* [Dissertação (Mestrado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo]. São Paulo: USP, 2004. DOI: 10.11606/D.48.2004.tde-21062005-104453. Acesso em: 26 jul. 2024.

CEDRO, W. L. *O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de matemática: uma perspectiva histórico-cultural* / orientação: Manoel Oriosvaldo de Moura. São Paulo: s.n., 2008.

EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Campinas: Editora da Unicamp, 1997.

KARLSON, P. *A magia dos números*. Rio de Janeiro: Globo, 1961.

MARX, K. *O capital: crítica da economia política. Livro I*. 2. ed. São Paulo: Boitempo, 2013.

MEC. *Apresentação – PET*. Brasília: Ministério da Educação, 2017. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/32496. Acesso em: 26 jul. 2024.

OLIVEIRA, N. M. PANOSSIAN, M. L. *Verbetes da atividade orientadora de ensino: grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem.* Produção coletiva – 2021/2022 -- Capivari de Baixo:

Editora Univinte, 2022. Disponível em: https://dashboard.univinte.edu.br/download/editora/2e005c20cb448e969c9244af58fa84b4.pdf. Acesso em: 12 de setembro de 2025.

PEREIRA, G. R. *Ações pontuais desenvolvidas pelo Programa de Educação Tutorial em Matemática (PETMAT)*. In: XXX Semana do IME e VII Seminário de Pesquisa e Pós-Graduação do IME/UFG, 2023, Goiânia. *Programa do evento*. Goiânia: IME/UFG, 2023. Disponível em: https://www.scribd.com/document/680123356/Atividades-folder-18-10-2023-3. Acesso em: 17 jul. 2025.

PEREIRA, G. R.; REZENDE, A. C. E. *Reflexões sobre a união de dois projetos do PETMAT: Clube de Matemática – Ensino Fundamental e Clube de Matemática – Ensino Médio*. In: CONPEEX – Congresso de Pesquisa, Ensino e Extensão da UFG, 21., 2024, Goiânia. *Anais...* Goiânia: UFG, 2024. Trabalho n. 2404. Disponível em: https://anaisconpeex.ciar.ufg.br/edicoes/21/index.html. Acesso em: 17 jul. 2025.

REZENDE, A. C. E. et al. *O Clube de Matemática como uma experiência de educação transformadora para o PETMAT*. In: FREITAS, L. B. S. et al. (org.). *O papel do Programa de Educação Tutorial na formação de cidadãos como agentes de mudança*. [S.l.]: [s.n.], 2024. p. 100–105. ISBN 978-85-7946-440-9. Disponível em: https://editora.ufrpe.br/sites/editora.ufrpe.br/files/EBOOK%20O%20PAPEL%20DO%20PET.pdf. Acesso em: 17 jul. 2025.

RÍBNIKOV, K. *Historia de las matemáticas*. Moscú: Mir, 1987.

SILVA, M. R. *Conhecimento matemático e suas significações: professores de matemática em formação inicial no Clube de Matemática* [manuscrito]. 2019.

SOUSA, M. do C. de; MOURA, M. O. de. *Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função*. *Ciência & Educação (Bauru)*, Bauru, v. 25, n. 4, p. 1081–1099, out. 2019.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

CAPÍTULO 2: O MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Gabriella Rosa Pereira
Giovanna Lima Amancio Moraes
Marcos Henrique Alves Chaves
Maria Eduarda Viana Batista Camargo

O que é Movimento Lógico-Histórico?

No âmbito acadêmico, discute-se a respeito da contextualização histórica dos conteúdos programáticos da Educação Básica. Entretanto, os sentidos da discussão quanto ao lugar da história no ensino distinguem-se conforme as vertentes teóricas em que se alicerçam diferentes autores, pois, afinal, o que significaria e qual seria a importância de evocar a história para a sala de aula? Baseados na Teoria Histórico-Cultural, entendemos a importância do ensino dos conteúdos e conceitos enquanto produtos[1], ainda em construção, da história e que carregam vestígios das contribuições de inúmeros povos e culturas.

Consequentemente, compartilhamos da defesa de que o professor olhe para história não para contá-la (ou recontá-la), mas para que nela, encontre subsídio que permita expandir as possibilidades de organização do ensino, suscitando nos estudantes a necessidade do aprender ao aproximá-los das necessidades que primeiro levaram a humanidade a produzir,

[1] Compreendemos que a apropriação dos modos de organização do ensino são produtos do desenvolvimento histórico, por esse motivo ainda enfrentamos dificuldades nas relações entre o estudo do Movimento Lógico-Histórico e as tarefas de ensino, pois é necessário desenvolver em relação a eles uma atividade que reproduza, pela sua forma, os traços essenciais da atividade encarnada, acumulada no objeto (Leontiev, 1978. p. 268).

construir e reconstruir os diferentes saberes, hoje organizados em conteúdos escolares.

Assim, neste capítulo, temos como objetivo compartilhar estudos e reflexões acerca do movimento lógico-histórico do conceito de função realizados pelo grupo Clube de Matemática Ensino Médio (CluMat Ensino Médio). Construiremos também a defesa de que esse "passo" (o estudo nessa perspectiva) pode contribuir com a prática cotidiana dos professores e, principalmente, no contexto deste livro, para a prática de professores em formação inicial.

No decorrer do capítulo e do livro, utilizaremos o hífen em "lógico-histórico" em detrimento de conectivos como "e" ou, até mesmo, "ou", a fim de ressaltar nosso entendimento de que é necessário compreender a importância do lógico e do histórico dos conceitos, enquanto indissociável unidade, e não de forma fragmentada e esvaziada de sua história, como, muitas vezes, fazem parecer as aulas de Matemática (Sousa, 2018). Mas a que se referem os componentes dessa unidade[2]? o que é o lógico? o que é o histórico?

Do histórico, refere-se aqui, ao movimento de constituição dos conceitos e das necessidades que os fizeram aparecer, desde que emergiram nas primeiras mentes e mãos humanas (mesmo que em tempos, espaços e culturas que não se encontravam), até os processos e necessidades que levaram aos entrelaces que moldaram os conceitos para que se apresentem e se entendam não como "colchas de retalhos", mas como complexos tecidos, sínteses não terminadas, de múltiplas determinações.

Para o professor, um dos papéis do estudo da história é o de munir o docente das necessidades humanas a serem suscitadas nos estudantes. Na perspectiva da AOE, não necessariamente ressuscita-se a história (como recontar a história do pastor de

[2] Ao considerarmos a unidade dialética apresentada no par lógico-histórico do movimento do pensamento, defendemos que esse movimento, durante toda a sua existência, procura se aproximar do movimento que compõe o objeto em estudo (Sousa, 2018, p.47).

ovelhas que usa de pedras para registrar a quantidade de suas ovelhas), mas apropria-se das necessidades de diferentes povos, em diferentes momentos, para organizar o ensino de modo a suscitar nos estudantes necessidades que ressoem, de alguma forma, com aquele grupo, naquele momento.

Se o histórico conta do costurar e das necessidades de costurar, recosturar, cortar e rasgar os conceitos, o lógico refere-se à costura do tecido em si, às diversas formas e cores que o conceito (enquanto síntese dessas múltiplas determinações) assumiu pelos fluxos da história. Ou seja, o lógico ocupa-se em refletir sobre o histórico, sobre a história do objeto em si e sobre a história do seu conhecimento (Kopnin, 1978). A unidade entre eles é, então, o ponto de partida para compreensão do processo de movimento do pensamento:

> À base do conhecimento dialético do histórico e do lógico resolve–se o problema da correlação entre o pensamento individual e o social; em seu desenvolvimento intelectual individual o homem repete em forma resumida toda a história do pensamento humano. A unidade entre o lógico e o histórico é premissa metodológica indispensável na solução de problemas de inter-relação do conhecimento e da estrutura do objeto e conhecimento da história de seu desenvolvimento (Kopnin, 1978, p.186).

Assim, podemos dizer que o "movimento histórico e lógico é a síntese das relações lógicas de um conceito no processo histórico de seu desenvolvimento" (Oliveira et al., 2022, p.19). A defesa construída é, então, de que, munido da apreensão desse movimento o professor será capaz de organizar situações que provoquem o estudante a "repetir a história do pensamento", gerando a necessidade de apropriar-se dos conceitos, colocando-o, assim, em atividade de aprendizagem. Deste modo, é preciso entender o histórico, o lógico e a vida em movimento, assim como o conhecimento e o próprio ser humano também são, uma vez que

> Compreender o movimento lógico-histórico da vida é compreender que todo conhecimento contém angústias, medos, aflições, ousadias,

> inesperados, novas qualidades, conflitos entre o velho e o novo, entre o passado e o futuro. É compreender que a totalidade do conhecimento é o próprio movimento da realidade objetiva que sempre estará por vir a ser (Sousa, 2018, p.45).

Portanto, ao pensarmos que o que move a realidade objetiva humana são as necessidades, seria fundamental pensar e escolher sobre qual necessidade organizaríamos o CluMat Ensino Médio. Escolhemos, então, o conceito de função. Nesse sentido, caminhamos à construção da resposta à pergunta "qual o conceito de função?" e, eventualmente, convencemo-nos da importância de que, para ensinar, é preciso, primeiro, entender do movimento lógico-histórico dos conceitos. Assim, fez-se necessário um próximo passo, o de buscar, no lógico-histórico, explicações.

Clube de Matemática Ensino Médio e o conceito de função

Intrínseco à busca pelo conceito de função para o CluMat Ensino Médio, está a história dos professores que buscavam por ele, juntos à professora pesquisadora e graduandos do curso de Licenciatura em Matemática. É possível imaginar que caminhos as mentes envolvidas, algumas recém-saídas do Ensino Médio, recorreram para responder à pergunta sobre "o que é função?". As respostas eram perpassadas, majoritariamente, pelas ideias veiculadas à Teoria dos Conjuntos, que baseou, por décadas, os currículos da educação básica e os cursos de formação de professores de matemática: "diagramas de Venn", conjuntos, "setinhas" que ligavam conjuntos, domínios, imagens, contradomínios, "f de x", "f(x)" x, y e plano cartesiano foram elementos fortemente presentes nas respostas dos licenciandos.

Por se tratar de uma pesquisa voltada para o processo de formação daqueles sujeitos, futuros docentes, era necessário esmero por parte da professora pesquisadora, responsável pelo projeto, para que os "dados" não fossem enviesados, ou seja, ela não poderia dar respostas. Entretanto, os próprios licenciandos

perceberam a superficialidade nas respostas e nas palavras e conceitos ditos a esmo. Seria necessário, então, estudar para aprofundar as ideias.

Nesse ponto, a realidade da história do grupo se aproxima da defesa apresentada na introdução deste capítulo, mesmo sem saber que buscávamos pela compreensão do movimento lógico-histórico do conceito, ao almejar respostas quanto à "o que é função?", investigamos nos movendo nessa direção. Apesar de não poder "dar respostas", as reflexões da pesquisadora, convencida da importância do estudo do movimento lógico-histórico, encaminhou o grupo às pesquisas sobre o assunto.

Tão logo, os sujeitos perceberam que a resposta à pergunta inicial, sobre função, emaranhava-se à uma complexa teia de sínteses e abstrações. Os documentos oficiais, os autores e os licenciandos tinham algo a dizer, mesmo que se interseccionassem em alguns pontos, algo parecia estranho ao grupo. Nesse movimento, os licenciandos, após reflexões conjuntas, perceberam que a estranheza nascia, na verdade, das diferentes lentes, as quais se poderia ver a Matemática, ou seja, era uma questão a ser endereçada primeiro: de que Matemática estávamos tratando?

Do momento em que o grupo percebeu a necessidade de observar o objeto (no caso, função), por uma lente comum até o ponto em que foi construído o planejamento que guiou as ações a serem apresentadas neste livro, diversas leituras levaram ao convencimento de que a Matemática que lidaremos era produto da história humana e, assim, o grupo olhou ao "histórico" em buscar respostas à pergunta inicial (o que é função?). Desse modo, uma parcela significativa dos estudos acerca de função guiou-se pelo estudo de historiografias, principalmente das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça e seus modos de ver e conceber o conceito de função (Sousa; Moura, 2019), além de outros textos (ver quadro 1).

Quadro 1 – Alguns dos textos estudados no projeto CluMat Ensino Médio

OBRAS	AUTORES	ANO
Estudo Das Historiografias De Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves E Bento De Jesus Caraça: Diferentes Modos De Ver E Conceber O Conceito De Função	Maria do Carmo de Sousa Manoel Oriosvaldo de Moura	2019
Introdução À História Da Matemática.	Howard Eves	2011
Conceitos Fundamentais Da Matemática	Bento de Jesus Caraça	1951; 1998.
A Magia Dos Números	Paul Karlson	1961
Historia De Las Matemáticas	Konstantin Ríbnikov	1987
Introdução Ao Conceito De Função E Teoria Histórico-Cultural: Uma Proposta Para O Ensino Médio Em Meio À Pandemia Covid-19	Thiago Guedes Strassemann	2021
Do Movimento Lógico E Histórico À Organização Do Ensino: O Percurso Dos Conceitos Algébricos	Maria do Carmo de Sousa Maria Lucia Panossian Wellington Lima Cedro	2014
Enculturación Matemática: la educación Matemática desde una perspectiva cultural	Alan J. Bishop	1999
Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica	Maria do Carmo de Sousa	2009
A Atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem	Manoel Oriosvaldo de Moura Elaine Sampaio Araújo Vanessa Dias Moretti Maria Lúcia Panossian Flávia Dias Ribeiro	2010

Fonte: Elaborado pelos autores.

As ideias apresentadas, principalmente aquelas sumarizadas por Sousa e Moura (2019), influenciaram fortemente as concepções dos professores em formação e, consequentemente, o planejamento

como um todo. Dessas, uma ideia importante a ser destacada no percurso pela resposta quanto à "o que é função para nós" emergiu da leitura e discussão do seguinte trecho: "O viandante na floresta põe um pé diante do outro - e a cada passada o caminho por ele vencido se acresce uma nova porção" (Karlson, 1961, p. 378).

Talvez por escrever como quem declama poemas, ou por ser base de outras produções de Sousa e Moura (2019) sobre função, a construção da historiografia de Paul Karlson contribuiu significativamente para a concepção do conceito de função proposta pelo CluMat Ensino Médio. Apesar de não construirmos uma formalização sintética do conceito de função, dada a complexidade da organização de uma definição sucinta que abarcasse as diversas ideias, com as quais os sujeitos tiveram contato durante esse processo, o grupo aproximou-se de uma frase que orientaria a direção do planejamento e das ações: *função refere-se ao estudo dos movimentos da vida* (Karlson, 1961).

Entretanto, como poderia um verso (como o verso de um poema) guiar aulas de matemática? Nesse sentido, o grupo tomou para si, a partir de estudos, que seria preciso carregar, para além da ideia de "movimentos da vida", outros elementos essenciais e constitutivos do conceito de função, que se apresentaram ao grupo pela ideia de nexos conceituais: os nexos conceituais (internos e externos) [...] são definidos como elos. São construídos historicamente e ligam os conceitos de várias formas, não necessariamente lineares (Sousa; Moura, 2019, p. 1082).

O grupo, então, retornou para uma coletânea de palavras (assim como quando disseram que a função se limitava às leis de formação ou variáveis). Mas, agora, emergiram outras palavras, com outras qualidades para aqueles que as elencaram. Função, agora seria entendida como um conceito permeado por várias ideias nucleares como as de: movimento, fluência, dependência e interdependência campo de variação, variável, lei de formação, domínio, contradomínio, imagem, entre outros (Silva, 2023). Tais ideias são chamadas de nexos conceituais.

Nexos conceituais da função

Ao nos aprofundarmos sobre o conceito de função dentro do movimento lógico-histórico, surge a necessidade de pensarmos também sobre os nexos conceituais capazes de possibilitar aos professores a realização de articulações para o ensino de quaisquer conceitos, uma vez que

> as relações entre os conceitos e só podem ser compreendidos a partir do estudo do movimento histórico e lógico do conhecimento. Os nexos conceituais demonstram o movimento dos conceitos dentro de uma área do conhecimento e em relação a outras áreas, a partir de sua essência, superando seus aspectos aparentes (Macedo et al., 2022, p. 24).

Assim, educadores que se dispuserem a ter contato com essa perspectiva de ensino e, juntos, buscarem pensar, refletir e se aprofundar acerca dos conteúdos que irão ensinar, poderão organizar o ensino a partir da aproximação de sua essência. Ou seja, parte-se e pauta-se não na reprodução de algoritmos e na reprodução de exemplos. As aulas de matemática ocupar-se-ão, sim, das fórmulas e generalizações, mas em momento posterior - o conceito, antes de ser conteúdo, antes de ser ferramenta é, primeiro, apresentado em essência, essencialmente humano e humanizador.

Para que ocorra a apropriação das formalizações, segundo Davídov (1988), é necessário que o indivíduo domine o procedimento geral de reprodução de um objeto, ou seja, que realize essas abstrações e conexões necessárias para que um determinado conceito seja apropriado dentro de um sistema integral (o todo) que revela as inter-relações dos objetos (as partes) (Damazio et al., 2022).

Pensando nas aulas de matemática, é possível dizer que alguns nexos da função se encontram presentes. Principalmente os aspectos aparentes dos conceitos (associados aos nexos externos (Macedo *et al*., 2022)). A exemplo desse movimento, ao vincular a apresentação do conceito à expressão $f(x) = ax + b$, o professor, mesmo que dê *nome*

e sobrenome a cada *letra* (variável dependente, coeficiente angular, variável independente e coeficiente linear), pode acabar por resumir, nesse processo, um saber humano intrinsecamente ligado à ideia de *movimento* a uma ferramenta, uma *fórmula*, engessada e, potencialmente, estática. Como represar, atendo-se apenas à externalidade, a grandeza e a própria *vida* dos conceitos e esperar que os sujeitos se convençam da importância de aprender? Como não despertar curiosidade, característica humana tão pungente no início da vida e que, a muitos, se esvai com o tempo?

Nesse sentido, o problema muito se situa quando, enquanto educadores, focamos nas generalizações finais do conhecimento (aparência), e não entendemos ou apresentamos o movimento que aconteceu até a formação dessas sínteses (essência), é como se estivéssemos *começando pelo final*, sem sequer retornarmos ao início.

A essência estaria, então, associada ao que entendemos como nexos internos, aqueles que "explicitam o processo histórico de criação humana de um conceito, bem como as necessidades que o geraram" (Macedo et al., 2022, p. 26). Os nexos internos são capazes de carregar consigo o movimento de surgimento de um conceito, ou seja, seu processo de criação advindo de uma necessidade motivadora surgida e pensada em sociedade, bem como explicitar os vestígios de sua relação com outros conceitos. Ao conhecer a essência do objeto o sujeito mune-se, cada vez mais, da possibilidade de articulação entre os recortes do conhecimento, possibilitando transcender as repartições do Conhecimento em áreas, disciplinas ou conteúdo a partir da percepção dos conceitos enquanto aspectos indissociáveis dos saberes humanos, amplos e indivisíveis.

Por isso, defendemos que a organização do ensino, ao pautar-se na apropriação de um conceito matemático por intermédio dos nexos internos, inferidos do estudo do movimento-lógico histórico daquele objeto do conhecimento, possibilita a apropriação a partir da essência. Assim, possibilita-se, aos estudantes, uma compreensão do todo, e não apenas de um *final*, uma vez que o movimento de um conceito, desde seus surgimentos até sua síntese, explicitada no currículo, não é único e nem linear, mas sim, influenciado e

modificado ao longo de sua trajetória, por tudo que já aconteceu e por aquilo que ainda estará por vir - aqui, nesse *devir*, objetiva-se que os educandos se percebam também sujeitos influentes nesse processo, ou seja, é preciso que percebam que suas mãos também podem contribuir à nova qualidade do tecido do conceito.

Dessa forma, a alternativa que optamos para compreender os nexos internos de função foi intrínseca ao de compreender o conceito de função. Utilizamos das historiografias, e principalmente do estudo[3], realizado pela professora doutora Maria do Carmo de Sousa e pelo professor doutor Manoel Oriosvaldo de Moura, dessas historiografias. A partir das concepções e visões sobre o conceito de função dos diferentes autores, os professores do CluMat Ensino Médio buscaram entender e, posteriormente, inferir os elos que constituiriam a concepção do grupo.

É importante ressaltar que os nexos relevantes para cada autor advêm do entendimento do conceito de função para cada um deles, que, como discutido anteriormente, também diferem em alguns sentidos. Os nexos "são definidos por historiadores, matemáticos, educadores matemáticos e professores que ensinam Matemática, a partir de seus modos de ver e conceber os conceitos" (Sousa; Moura, 2019, p. 1082).

Para Paul Karlson (1961), por exemplo, os principais nexos internos e externos que denotam o conceito de função são: o movimento regular e irregular, a variação, a variável dependente e independente, as leis, a imagem, o domínio, o contradomínio, a relação, o polinômio, a representação analítica e a representação gráfica (Sousa; Moura, 2019).

Este autor defendia uma concepção do conceito de função alinhado aos movimentos regulares e irregulares da vida, sendo esses movimentos indissociáveis do conceito (Sousa; Moura, 2019). Tal concepção é ainda mais perceptível em sua obra "A magia dos

[3] Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função.

números: a matemática ao alcance de todos", que foi estudada durante alguns encontros do CluMat Ensino Médio e utilizada para pensar o planejamento.

Para Ríbnikov (1987), seguindo uma concepção lógico-histórica sobre os estudos feitos por Descartes, Newton e Leibniz, ressaltando a influência que outras áreas da ciências, como por exemplo a Física, tiveram em seu modo de ver e conceber o conceito de função, podemos destacar então, que os nexos conceituais para este autor são: movimento científico, variação, campo de variação (com especial atenção para o conjunto dos números complexos), fazer corresponder, expressão analítica, dependência, relação, representação, lugar geométrico e variáveis (Sousa; Moura, 2019).

Sobre Howard Eves (1997), Sousa e Moura (2019) defendem que, semelhante a Ríbinikov, Eves busca enfatizar o desenvolvimento das ideias matemáticas que foram elaboradas ao longo dos séculos, e, diferente do Ríbinikov, principalmente sobre o conceito de função como suas diferentes formas no decorrer dos sete períodos matemáticos definidos por ele.

Essa linearização da história do conceito pode sugerir que o conceito de função deve ser compreendido e trabalhado a partir de um dos seus "últimos" estágios: a Teoria dos Conjuntos (Sousa; Moura, 2019). Priorizar esse estágio nos ensinos, nos leva ao que discutimos anteriormente, uma valorização dos nexos externos e, consequentemente, os nexos internos da função tão importantes como interdependência, campo de variação, fluência, não são trabalhados.

Já a historiografia de Bento de Jesus Caraça (1998), autor humanista que defende um caráter emancipatório da ciência, apresenta os seguintes nexos conceituais para a função: fluência, interdependência, variação, leis (qualitativas, quantitativas, analíticas e geométricas), fazer corresponder, campos numéricos, equação e representação (Sousa; Moura, 2019), e diferentemente do que foi apresentado por Eves (1997), os nexos de fluência e interdependência são considerados imprescindíveis para a compreensão do conceito de função.

A partir do estudo dessas historiografias, o grupo debateu e refletiu sobre quais nexos conceituais poderíamos aprofundar e quais adotaríamos ao pensar nas tarefas do projeto. No entanto, assim como os autores estudados, os graduandos que passaram pelo CluMat Ensino Médio possuem diferentes concepções do conceito de função e diferentes pontos de vista quando se trata dos nexos. Portanto, vale salientar que, conforme o grupo foi se modificando e os estudos foram avançando, as concepções adotadas também foram repensadas. Assim, os nexos conceituais (internos e externos) que buscamos evidenciar por meio do CluMat Ensino Médio analisada por este livro foram: movimento, fluência, relações de dependência e interdependência, campo de variação, variável, lei de formação, domínio, contradomínio e imagem.

Nesse sentido, para que os estudantes se apropriem dos conceitos propostos em sala de aula, é preciso que, primeiro, o professor se aproprie da construção do conceito que objetiva ensinar. Uma vez que, nesse movimento, o professor amplia suas possibilidades criativas para a organização de situações que possam despertar o objetivo do estudante de aprender.

Sendo assim, decidimos apresentar (quadro 2), de forma sintética, o produto da nossa apropriação, a construção de nosso entendimento, enquanto grupo, de cada nexo inferido a partir dos estudos desenvolvidos no CluMat Ensino Médio. Destacamos que o objetivo do quadro a seguir não é propor definições ou formalizações finais para cada nexo, mas compartilhar nossa presente compreensão acerca de cada elo constituinte do conceito de função que consideramos atualmente.

Quadro 2 – Nossa síntese dos nexos conceituais de função

	NEXO	**CONCEITO**
INTERNO	CAMPO DE VARIAÇÃO	Espaço percorrido pelas variáveis de uma função, ou seja, é o universo que a função habita. É o espaço imbuído de tempo, no qual o movimento acontece. O mais importante deste nexo interno não é apenas as limitações

		impostas pelas situações reais dentro desse espaço, mas a possibilidade de análise das relações possíveis dentro dele.
	FLUÊNCIA	É a imposição da impermanência que gera o movimento. É o que faz a variável ser e não ser tudo aquilo que *pode* ser, dentro de um campo. É como as constantes forças que fazem com que um líquido seja líquido dentro de um frasco.
	RELAÇÕES DE DEPENDÊNCIA	Relação de causa e efeito, dependência. Relação a qual um (ou alguns) precisa/depende de um ou/e um (ou alguns) precisa/depende de vários/todos.
	RELAÇÕES DE INTERDEPENDÊNCIA	Relações inseridas em uma rede de relações. Relação entre qualquer coisa e tudo, entre tudo e qualquer coisa, dos objetos com objetos, entre o universo e os objetos que nele estão, entre o objeto e o universo e, principalmente, entre o universo e outros universos.
EXTERNO	DOMÍNIO	Conjunto de todos os *valores* possíveis que a variável pode assumir.
	CONTRADOMÍNIO	Conjunto de todos os *valores* possíveis da função.
	IMAGEM	Conjunto de todos os *valores* reais da função.
	LEI DE FORMAÇÃO	Expressão algébrica que define a relação entre os elementos do domínio e da imagem da função. Ou seja, a expressão que rege o universo.
	VARIÁVEL	Se interdependência é a relação, variável é a coisa e objeto que está presente no universo ou fora dele.

Fonte: Elaboração própria

E foi justamente ao experienciar essa apropriação que nós, integrantes do CluMat Ensino Médio, abrimos as portas para a imaginação e deixamos a criatividade fluir, para criar um

planejamento com sete encontros que seriam levados para a sala de aula, buscando vivenciar tudo que havíamos estudado, além de possibilitar uma organização do ensino que nos motivasse a expandir o conhecimento sobre a prática e reconhecer e refletir sobre as diversas lacunas educacionais que nós vivenciamos.

Os nexos conceituais e o planejamento

Ao pensar sobre qual necessidade iríamos levar para a sala de aula, que fomentaria a necessidade de se apropriar do conceito de função, pensando no movimento lógico-histórico e nos nexos internos e externos do conceito, criamos uma história virtual[4] de um restaurante. Tal decisão adveio do seguinte pensamento que tivemos: alimentar-se é uma necessidade básica humana intrínseca ao movimento da vida, que é viver, e que os nexos poderiam aparecer à medida que as etapas de criação do estabelecimento fossem surgindo.

Por isso, nessa concepção, os nexos fizeram diferença na elaboração das tarefas dos encontros, trazendo sentido à perspectiva de um olhar reflexivo sobre o ensino e nossa prática enquanto professores. Criar, pensar, desenvolver, adaptar e repensar esses encontros não é um simples movimento, e exige um conjunto de pessoas motivadas e dispostas a repensar a nossa prática enquanto professores, acreditando que podemos expandir o estudo de funções que possibilitem ter o conhecimento de sua gênese conceitual (Sousa; Moura, 2019).

Dessa forma, buscamos fazer com que os estudantes entendessem os significados dos nexos conceituais da função, para que depois fossem apresentadas as sínteses produzidas, sempre levando em conta a história que criamos. Refletindo sobre essas

[4] "É compreendida como uma narrativa que proporciona ao estudante envolver-se na solução de um problema como se fosse parte de um coletivo que busca solucioná-lo, tendo como fim a satisfação de uma determinada necessidade, à semelhança do que pode ter acontecido em certo momento histórico da humanidade" (Moura, et al., 2016, p. 120).

circunstâncias, os respectivos encontros foram criados e pensados nos educandos que iríamos trabalhar, e pensando neles, até os nomes dos encontros foram escolhidos a partir de nomes interessantes[5] que relacionavam de alguma forma com a proposta (ver quadro 3).

Quadro 3 – Encontros do planejamento.

ENCONTROS	PROPOSTAS
0	A dona aranha
1	Como a comida move o mundo?
2	Vai pagar quanto? Ou acha que trabalho de graça?
3	Eu sou ricaaaaa!!!!!!!!!!
4	OUUUU Ó O LANCHE, UAI!!!!!!!!
5	É pavê ou pra comer?
6	Shark tank Goiânia

Fonte: Arquivos do projeto.

No movimento de criação e planejamento das tarefas, sentimos a necessidade de um encontro que antecede o início da apresentação da história, pensado para que os professores e estudantes tivessem a oportunidade de se conhecerem. Assim, optamos por realizar uma dinâmica que acontece nesse Encontro 0.

As demais tarefas tratam, respectivamente, no Encontro 1, do início da criação do restaurante, a partir das ideias dos estudantes sobre o que seria necessário para a proposta — desde o prato final até a equipe de funcionários. No Encontro 2, define-se o salário dos trabalhadores. No Encontro 3, surge a necessidade de calcular o lucro esperado, o que leva à definição dos valores dos pratos.

[5] A escolha de nomes interessantes partiu como uma proposta de convencimento a partir do convívio dos adolescentes com as redes sociais e na internet em geral, por isso optamos por nomear as aulas com memes e programas de TV.

Pensando na expansão do negócio, o Encontro 4 é dedicado à criação de um sistema de entregas. Por fim, os dois últimos encontros são voltados à síntese de todo o processo: no quinto, ocorre uma retrospectiva e os estudantes preparam as apresentações de cada tarefa para os investidores, e no sexto, realizam essas apresentações.

Assim, organizamos o nosso ensino para que os estudantes no movimento de criação do restaurante, como sujeitos indispensáveis para tal situação - uma vez que o restaurante é criado e pensado a partir de ideias colaborativas com a turma - compreendessem que eles também são indispensáveis no movimento de apropriação do conceito de função, e objetivamos que eles nesse movimento, tomem consciência do seu objetivo de aprender. É nesse momento que o indivíduo passa a se inteirar e criar conexões entre os seus interesses e aquilo que está sendo ensinado.

Nessa perspectiva, desde o nosso planejamento até as nossas intenções com as atividades propostas em cada encontro, seguimos a concepção de que o ser humano aprende em conjunto, visto que, relacionando-se com o mundo e a coletividade onde vive, o sujeito apropria-se do conhecimento historicamente produzido por meio de uma interação mediada por relações intra e interpessoais (Gladcheff et al., 2022). Partindo desse ponto de vista, cada encontro foi planejado para que os estudantes se dividissem em grupos, a fim de promover uma interação entre a turma.

Nos capítulos seguintes a este, nos ocuparemos em detalhar o planejamento, descrever e analisar cada encontro, a fim de mostrar que - ao nosso modo, como professores em formação, contando os nossos erros e os nossos acertos - é possível promover um espaço de aprendizagem crítico como defendemos até aqui. Convidamos, então, o leitor a acompanhar e conhecer a nossa jornada no CluMat Ensino Médio nos próximos capítulos.

Referências

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da matemática*. 2. ed. Lisboa: Gradiva, 1998.

DAMAZIO, A.; et al. *Pensamento Teórico*. In: OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (Orgs.). *Verbetes da atividade orientadora de ensino: grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem*. Capivari de Baixo: Editora Univinte, 2022. p. 31–36.

DAVÍDOV, V. V. *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico*. Moscú: Progreso, 1988.

EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Campinas: Ed. da Unicamp, 1997.

GLADCHEFF, A. P.; et al. *Mediação*. In: OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (Orgs.). *Verbetes da atividade orientadora de ensino: grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem*. Capivari de Baixo: Editora Univinte, 2022. p. 37–40.

KARLSON, P. *A magia dos números*. Rio de Janeiro: Globo, 1961.

KOPNIN, P. V. *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Rio de Janeiro, RJ: Civilização Brasileira, 1978. Coleção Perspectivas do homem. V. 123. 353 p.

MACEDO, G. T.; et al. *Nexos Conceituais*. In: OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (Orgs.). *Verbetes da atividade orientadora de ensino: grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem*. Capivari de Baixo: Editora Univinte, 2022. p. 24–26.

MOURA, M. O.; et al. *A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem*. In: MOURA, M. O. (Org.). *A atividade pedagógica na teoria histórico cultural*. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2016. p. 93–126.

OLIVEIRA, N. M.; et al. *Movimento Histórico-Lógico*. In: OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (Orgs.). *Verbetes da atividade orientadora*

de ensino: grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem. Capivari de Baixo: Editora Univinte, 2022. p. 19–23.

RÍBNIKOV, K. *Historia de las matemáticas*. Moscú: Mir, 1987.

SILVA, M. R. *Indicios de apropriação do conceito de função por meio da aprendizagem da docência: uma proposta formativa no Clube de Matemática Ensino Médio*. 2023. 280 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2023.

SOUSA, M. C. *O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática*. *Obutchénie: R. de Didat. E Psic. Pedag.*, Uberlândia, MG, v. 2, n. 1, p. 40–68, jan/abr. 2018.

SOUSA, M. C.; MOURA, M. O. *Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função*. *Ciênc. Educ.*, Bauru, v. 25, n. 4, p. 1081–1099, 2019.

CAPÍTULO 3: A APROXIMAÇÃO ENTRE OS SUJEITOS COMO PONTO DE PARTIDA PARA A COLETIVIDADE

Lucas Secundino H. S. Jacó
Marcos Henrique Alves Chaves
Mayline Regina Silva
Rafael Almeida Cândido
Vitória Karolliny de Almeida Silva

É preciso conhecer mais do outro

Considerando que o Clube de Matemática Ensino Médio (CluMat Ensino Médio) possui como pressupostos a Teoria Histórico-Cultural e a Teoria da Atividade, e, como fundamento teórico-metodológico, a Atividade Orientadora de Ensino (AOE), tem-se a necessidade de organização de propostas construídas de forma colaborativa, em um contexto que mantenha em vista aspectos da coletividade. Assim, faz-se necessário que, em conjunto, proponham-se reflexões críticas sobre o papel do professor, potencializando as articulações entre teoria e prática, e possibilitando que os indivíduos se coloquem em atividade, contribuindo para o desenvolvimento do ensino e aprendizagem, e, consequentemente, para a própria constituição dos sujeitos.

Nesse sentido, de acordo com Vygotsky (2007), o desenvolvimento humano ocorre por meio da mediação social e cultural. Assim, a atividade orientada por objetivos e mediada por ferramentas culturais, é imprescindível para a transformação das práticas educativas. Dessa forma, podemos considerar a aprendizagem como um processo em que a interação entre sujeitos e objetos de aprendizagem promove mudanças no conhecimento e nas ações do indivíduo.

A partir disso, compreendemos a educação não como uma forma de aquisição de conteúdos ou habilidades específicas, mas

sim como um meio para o desenvolvimento humano. Desse modo, um dos papéis do professor é o de organizar situações didáticas que desenvolvam o motivo de aprender no estudante (Rigon; Asbahr; Moretti, 2010).

Ao adentrar uma sala de aula pela primeira vez, o/a então professor/professora se depara com um conjunto de sujeitos que, até então, em certo grau, lhe são estranhos. Com o decorrer do tempo, pela força do cotidiano, o professor passará a conhecer mais daquele grupo, dos gostos e desgostos dos sujeitos, seus nomes, suas preferências, alguns de seus afetos e de seus desafetos. O tempo possibilita e, de certa forma, demanda, pelo caráter da atividade de ensino, que conheçamos melhor esses outros - afinal, nessa perspectiva, é preciso que os motivos daquela cuja atividade principal é a de ensinar e os daqueles cuja atividade principal há de ser a de aprender se encontrem. Como fazer minhas ações encontrarem, tocarem (no sentido de afetar e mobilizar), alguém que muito desconheço?

No contexto do CluMat Ensino Médio, entretanto, entramos pela primeira vez em sala de aula com uma quantidade limitada de tempo com os sujeitos: mais especificamente 7 encontros, realizados uma vez por semana. Não há, portanto, o mesmo tempo para conhecermos os estudantes, seus hábitos, facilidades, dificuldades, entre outros elementos importantes para a prática do professor em sala de aula. Entretanto, é indispensável a tentativa.

Dessa reflexão, evidenciou-se ao grupo, a necessidade de um encontro específico, carinhosamente nomeado de forma explicitar que é anterior a todos: o encontro zero. Ou, ainda, o encontro "A Dona Aranha", cujo objetivo é apresentar os professores-clubistas do PETMAT e estabelecer um diálogo com os estudantes, almejando conhecer, minimamente, os indivíduos que estarão, durante outros seis encontros, juntos.

Essa aproximação entre educandos e educadores é aspecto basilar ao ensino e, em particular, ao ensino de matemática, pois carrega e expressa junto a si, a compreensão de que a matemática é um construto inerentemente humano e da humanidade, histórico e

social. Uma vez que o processo de ensino e aprendizagem é, e deve ser, antes de tudo, um processo de organização da atividade conjunta dos sujeitos (Rubtsov, 1996), criar contato e conhecer os sujeitos é, também, parte do aprender e do ensinar matemática.

A Matemática, entendida como um produto humano em constante transformação, desempenha um papel fundamental na compreensão do mundo e na solução de necessidades práticas e científicas. No decorrer da história, as pessoas desenvolveram e desenvolvem métodos matemáticos para superar os desafios, ampliando as possibilidades de vida dos seres humanos e suas formas de visualizar, interpretar e interagir com o mundo ao seu redor. Com isso, os seus objetos se transformam e se desenvolvem ao longo do tempo, de acordo com as necessidades e movimentos de cada período e lugar histórico, sendo construída e reconstruída a partir dos contextos sociais e culturais.

Assim, acreditamos que o ensino de Matemática se dá início a partir do encontro entre sujeitos, humanos, professores e estudantes, dando valor para suas maneiras de pensar e entender os conceitos, suas histórias e as histórias de seus movimentos.

Entretanto, olhando para o contexto da educação, o ensino da Matemática, geralmente é apresentado de forma fragmentada e descontextualizada, priorizando a mecanização e a memorização, não possibilitando, muitas vezes, aos estudantes, uma reflexão ampla e articulada sobre os conteúdos estudados e uma análise de situações que podem ser estabelecidas e relacionadas com o mundo e nossa sociedade.

Contrapondo esse movimento, pautado em um processo de "transmissão" de saberes, realizada na maioria das vezes de forma descontextualizada, com conteúdos ministrados de forma pronta e acabada, sem espaço de questionamentos, apresentamos uma proposta de ensino construída a partir de interações entre os indivíduos, considerando suas culturas, histórias, interesses e modos de compreender e interagir com o mundo. Nesse viés, a aprendizagem não é feita de forma individual, mas surge como uma atividade coletiva pautada no diálogo. É na ação conjunta,

mediada por instrumentos e signos, que se torna possível a organização intencional dos processos de apropriação dos conhecimentos científicos, possibilitando a transformação de sentidos e a humanização.

Além disso, a matemática e seu aprendizado, ao longo do tempo, têm sido dominados por um estigma no qual ela é tratada como um saber para poucos, como se apenas um pequeno grupo de seletas pessoas tivesse a capacidade de aprendê-la. Essa visão, como destaca Machado (2011), é reforçada por percepções enraizadas na sociedade, como a ideia de que "a matemática é exata" ou que "a capacidade para a matemática é inata". Esses preconceitos refletem uma visão limitada e culturalmente difundida, que não apenas afasta os jovens da disciplina, mas também dificulta uma abordagem mais ampla e contextualizada na educação básica. Como consequência, muitos estudantes se sentem distantes e desmotivados em relação à matemática, perdendo a oportunidade e a curiosidade de explorar as dimensões humanizadoras específicas que esse conjunto de saberes pode oferecer.

Portanto, o encontro 0 do CluMat Ensino Médio, também tem o papel de quebrar esse estigma entre o aprendizado da matemática e os discentes. Além disso, ele surge como uma necessidade de conhecer os estudantes, suas experiências individuais e coletivas, o ambiente cultural em que estão inseridos, suas idealizações e objetivos. Esse momento inicial é fundamental para que possamos desenvolver as tarefas que apresentaremos posteriormente.

A Dona Aranha

O encontro zero, intitulado "A Dona Aranha", foi organizado, em seu planejamento, em dois momentos, objetivando não só apresentar a equipe do CluMat Ensino Médio, mas, também, estabelecer diálogos entre professores e estudantes, com a intenção de aproximá-los, a fim de fomentar relações dentro da sala de aula que propiciem o modo de organização proposto (de trabalho

conjunto, colaborativo e respeitoso, que se aproxima de características da coletividade).

Essa aproximação foi planejada de modo a acontecer por meio de uma dinâmica, chamada "Teia da Cooperação", na qual os estudantes e professores, dispostos em pé e em círculo, fazem perguntas aos demais, objetivando conhecer uns aos outros.

A dinâmica é chamada de "Teia" pois, ao fazer os questionamentos ao colega, a pessoa que perguntou passa um novelo de barbante para o perguntado, enquanto ainda segura um pedaço da linha, ligando os dois. Assim, até o final do momento, todos seguraram uma parte da linha, formando uma teia. O objetivo final refere-se ao formato da teia: fazer com que um balão, a "Dona Aranha", caminhe, sem cair, em cima da "teia" criada pelo grupo. Por isso o nome "Teia da Cooperação".

A escolha dessa dinâmica pelo grupo de professores, está relacionado com o fato de que o objetivo (o de a "aranha" conseguir caminhar) ser possível se, e somente se, o grupo (educandos e educadores) se organizar para tal. Percebendo que há uma razão maior (um objetivo) e que, por vezes, não poderão passar para seus amigos que estão ao seu lado na roda, mas para algum colega que esteja em uma localização estratégica para a tecelagem da teia.

Após essa dinâmica, tem-se início o segundo momento, a tarefa chamada "Experiência com a Matemática". Essa tarefa é dividida em três estágios e objetiva entender como os estudantes experienciaram a Matemática ao longo de suas vidas, para entendermos quais estratégias poderiam ser utilizadas no projeto.

No primeiro momento, os estudantes receberam uma folha de papel A4, para expressarem ali, individualmente, quais eram seus sentimentos em relação à Matemática, com palavras, ilustrações, colagens, ou de qualquer outra forma que preferissem com os materiais disponibilizados pelos professores (canetinhas, lápis de cor, palitos para espeto, revistas e jornais, cola, gizes de cera, tintas, pincéis, cartolinas e outros) e com seus próprios materiais.

Na etapa seguinte, os discentes formaram pequenos grupos para expressarem, em uma cartolina, uma síntese do que foi

mostrado anteriormente, mas dessa vez, de forma conjunta, trabalhando em equipe para fazer um cartaz, que posteriormente foi apresentado para toda a turma. Esta etapa da tarefa, teve como objetivo mobilizar a ideia do trabalho coletivo, que é um dos aspectos fundamentais a serem experienciados ao decorrer dos encontros do CluMat Ensino Médio, fazendo-os compreender o quão poderoso pode ser o trabalho em grupo.

Por fim, no último momento da tarefa, os estudantes se organizaram nos grupos, para apresentarem as ideias e representações das cartolinas, para toda a classe, com a intenção que todos os educandos entendessem como cada um ali se relaciona e entende matemática, o que proporcionou identificação e aproximação entre pessoas que entendem de formas similares, bem como evidenciar que existem formas distintas de viver essa ciência.

Neste momento, os professores bem como toda a classe estavam livres para fazer perguntas do tipo: Quem gosta de Matemática? Por que gosta? Tem facilidade? Acha legal? Tira notas boas? Quem não gosta de Matemática? Por que não gosta? Tem dificuldade? Em que?

Foi fundamental nesta etapa do encontro, escutar e dar valor a cada resposta e participação, e depois, provocar reflexões sobre como cada um gosta de se relacionar com a Matemática, e perceber como os estudantes conseguem compreender mais as particularidades e conteúdos que envolvem essa ciência.

Este momento foi importante também para indicar aos discentes que o CluMat Ensino Médio, adota uma proposta que valoriza não só a resposta final dos estudantes, mas também, o raciocínio lógico por trás de cada participação, e o processo de aprendizado como um todo.

Nesse mesmo movimento, a tarefa "Experiência com a Matemática", visa promover uma partilha de ideias e experiências, bem como a expressão individual, o trabalho em equipe e uma reflexão de que a Matemática pode ser entendida de diversas formas, reflexão essa, que permite uma concepção mais abrangente

das vivências dos estudantes com o campo científico e possibilita a criação de um ambiente de ensino e aprendizagem dinâmicos.

Reflexões sobre o Encontro Zero

O Encontro Zero, centrado na "Teia da Cooperação" e na "Experiência com a Matemática", gerou um conjunto de produções individuais e coletivas que oferecem um rico material para análise.

As folhas A4, onde os estudantes expressaram livremente suas percepções e sentimento em relação à matemática, e as cartolinas, que sintetizaram as experiências do grupo, revelam como os participantes se relacionam com o campo científico e como interagem entre si.

Além disso, a dinâmica da teia, com sua proposta de criar conexões e promover a colaboração como parte da construção de um coletivo, permite observar como os estudantes se engajaram na tarefa e como lidaram com a necessidade de incluir todos os colegas, indo além de suas relações pré-estabelecidas. A partir desses elementos, é possível iniciar uma análise que explore não apenas o conteúdo das produções, mas também os processos de interação e diálogo que ocorreram durante o encontro.

Figura 1 – A teia da cooperação



Fonte: Arquivos do projeto.

Conforme previamente exposto, a "Teia da Cooperação" possibilitou com que os estudantes pudessem se conhecer melhor e trabalhar juntos, visando um objetivo comum de deixar a bexiga presa na teia que foi tecida com o passar do barbante. Esse movimento de se organizar enquanto grupo, almejando um objetivo coletivo, é primordial para o CluMat Ensino Médio, pois ao decorrer de suas tarefas, os estudantes vão utilizar dessa prática para solucionar problemas e atingir metas, o que faz desse trabalho coletivo, crucial para a construção do conceito de função, que é um dos objetivos do CluMat Ensino Médio. Para alcançar esse objetivo, os discentes, ao longo da dinâmica, foram analisando e expondo estratégias, sempre dialogando uns com os outros para construírem uma teia firme, e dentro dessa conversa, até os aparentavam mais tímidos sugeriram táticas como "passa pro fulano e depois para o ciclano para não ficar um buraco aqui no meio", "não podemos passar para o colega do lado pois se não vamos perder linha para preencher o centro".

No fim da dinâmica, todos estavam eufóricos para ver o resultado, saber se o balão ia cair ou não, se suas estratégias foram as mais adequadas para aquele problema. Ver os discentes tão animados, envolvidos e traçando rotas para o balão não cair, nos indica que os estudantes, motivados para um fim, uniram forças para resolver uma situação do meio.

Ao término da dinâmica, voltando para a sala de aula, demos início ao segundo momento, em que os educandos deveriam representar em uma folha A4 o que sentiam pela Matemática, por meio de poemas, textos, desenhos, colagens pinturas ou qualquer forma de se expressar que quisessem.

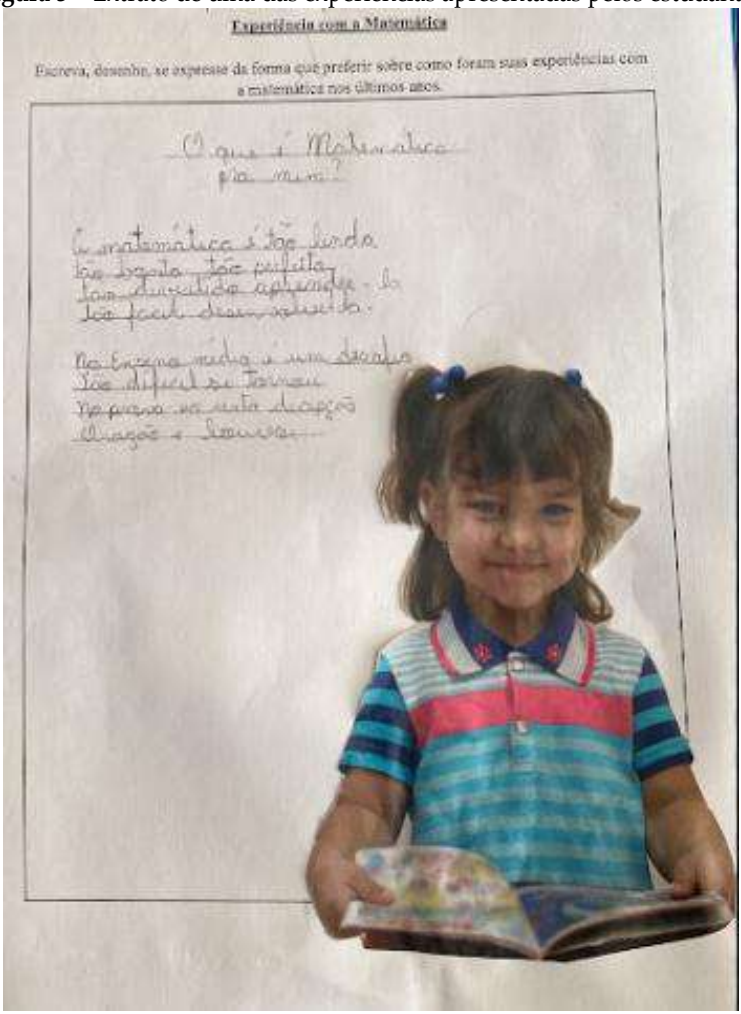
Figura 2 – Experiências com a matemática



Fonte: Arquivos do projeto.

Esse momento foi pensado para entendermos quais eram os sentimentos e as experiências dos discentes com a matemática. Foi marcado por uma mistura de inúmeras emoções, desde medo e descaso para com a ciência, até admiração e carinho pela mesma, mas mesmo com comentários positivos e negativos, era quase que um consenso entre os estudantes de que a matemática é uma disciplina difícil, fato esse que pode tornar ainda mais complexa a apropriação dos conceitos matemáticos e o trabalho do professor em sala de aula.

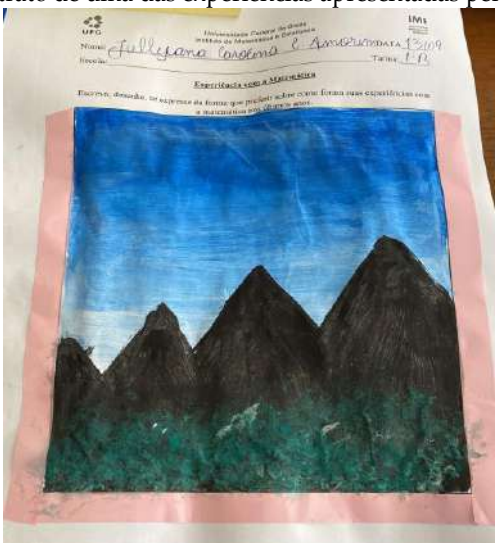
Figura 3 – Extrato de uma das experiências apresentadas pelos estudantes



Fonte: Arquivos do projeto.

Outro acontecimento que impactou a equipe durante essa etapa do encontro foi o registro feito por uma das estudantes, no qual fez uma pintura de uma cadeia de montanhas que indicava o que ela sabia sobre Matemática. Essa cadeia iniciava com uma pequena montanha e a cada nova montanha seu tamanho aumentava um pouco.

Figura 4 – Extrato de uma das experiências apresentadas pelos estudantes



Fonte: Arquivos do projeto.

Segundo a discente, conforme ela foi estudando, foi aumentando seu conhecimento sobre a disciplina, e após nos relatar isso, a mesma nos informou que tinha uma expectativa de que com CluMat Ensino Médio, ela gostaria que a próxima montanha ultrapassasse a altura das nuvens, o que nos indica que a estudante queria aprender e estava motivada a isso.

O fato narrado anteriormente, causou nos educadores um impacto muito grande e positivo, pois ao se depararem com uma estudante que projetava no CluMat Ensino Médio um sentimento de querer aprender mais, entender mais e experienciar mais a matemática e suas diversas formas de ser apresentada, fez com que os educadores se motivaram a fazer com que os encontros proporcionam isso a todos os estudantes, de forma ainda mais forte.

Ademais, a estudante também destacou que como a cadeia de montanhas, a estudante enfatizou que durante suas experiências com a matemática viveu situações de altos e baixos, quando conseguia aprender os conteúdos ministrados, estava no topo da montanha, quando tinha dificuldade, ia cada vez mais se afastando do cume.

Os estudantes se prepararam para a produção de cartazes que sintetizaram suas experiências em relação à Matemática. Dispostos em grupos, os educandos com os materiais disponíveis, começaram a debater sobre quais ideias colocariam no cartaz e produzir expressões artísticas diversas.

Ao decorrer do segundo momento, pudemos notar que os estudantes estavam discutindo sobre os modos de como representar as ideias de todos os membros do grupo na cartolina, e como cada um poderia agregar na confecção do cartaz. Esse movimento, apresenta indícios de que o trabalho coletivo foi uma semente plantada na realização desta tarefa.

Ao fim do encontro, os estudantes aparentavam estar um pouco mais tímidos e retraídos. Porém, ao longo da exposição, foram se sentindo cada vez mais confortáveis para expressar o que sentiam pela Matemática. Este momento de quebra de gelo, de abertura dos estudantes, possibilitou que os outros colegas e professores, mesmo de forma discreta ou não intencional, validaram os sentimentos dos apresentadores por meio de gestos ou palavras. Isso permitiu com que os sujeitos participantes dele, mesmo os que tinham experiências e sentimentos divergentes, pudessem compreender e se projetar no lugar daqueles que apresentaram, o que os possibilitou experienciar o sentimento dos outros em relação à Matemática, criando assim, um espaço de respeito, empatia e escuta mútua.

E a chuva forte não a derrubou

No caminho trilhado por meio do encontro zero, "A dona aranha", os educadores conseguiram observar que os educandos dialogam bastante sobre suas experiências em relação a matemática, dividindo uns com os outros vivências e situações envolvendo a disciplina. Também foi perceptível durante os momentos da tarefa, que os discentes se organizaram em grupo para realizar boas estratégias ou métodos para resultarem em um produto que atingisse os objetivos de cada etapa da tarefa, tudo isso

indica que houveram indícios de que os estudantes conseguiram se conhecer melhor e entender não só seus sentimentos em relação à Matemática, mas também, os sentimentos dos colegas dentro do coletivo da sala de aula, o que pode possibilitar uma conexão maior entre eles, aspecto esse que pode promover o trabalho em grupo.

Nesse sentido, observamos que o trabalho em equipe, característica fundamental para o desenvolvimento das tarefas do CluMat Ensino Médio, foi desempenhado de modo primário entre os estudantes, o que os permitiu compartilhar ideias, vivências, experiências e com a divisão do trabalho que deveria ser feito para conclusão da tarefa.

Percebemos também, que os professores de Matemática, em formação inicial, performaram de forma a possibilitar com que os discentes se envolveram na tarefa, exercendo o papel do professor, os docentes conseguiram por meio de perguntas ou apontamentos, conduzir os estudantes a conectar os seus conhecimentos e capacidades com o que deveria ser desenvolvido ao decorrer do encontro.

Este capítulo, que discorre sobre o Encontro 0 e apresenta indícios que levaram os clubistas a pensarem que os estudantes se organizaram coletivamente, a fim de alcançar um objetivo. Entendemos que um encontro só não basta para garantir a constituição de uma coletividade ou a certeza de que os estudantes se apropriaram de algum conceito, mas acreditamos que aqui podemos ter acendido uma faísca que futuramente se transformará em uma labareda. Para isso, no capítulo seguinte, daremos continuidade aos encontros, apresentando uma outra tarefa para seguir na ideia do movimento lógico-histórico.

Referências

MACHADO, N. J. *Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua*. São Paulo: Cortez, 2011.

PANOSSIAN, M. L.; MARCO, F. F. DE; LOPES, A. R. L. V.; SOUZA, F. D. DE; MORETTI, V. D. *A atividade orientadora de ensino como pressuposto teórico-metodológico de pesquisas*. *Reflexão e Ação*, v. 25, n. 3, p. 279–298, 9 set. 2017.

RIGON, A. J.; ASBAHR, F. S. F.; MORETTI, V. D. *Sobre o processo de humanização*. In: MOURA, M. O. (coord.). *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural*. Brasília: Líber, 2010.

RUBTSOV, V. *A atividade de aprendizagem e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares*. In: GARNIER, C. et al. (Org.). *Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista. Escola russa e ocidental*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. 7. ed. Tradução de J. C. Neto, L. S. M. Barreto & S. C. Afeche. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

CAPÍTULO 4: ANALISANDO AS RELAÇÕES DE INTERDEPENDÊNCIA POR MEIO DAS NECESSIDADES DO PLANEJAMENTO DA CONSTRUÇÃO DE UM RESTAURANTE

Lucas Secundino Honório Santos Jacó
Mayline Regina Silva

Como o mundo se move?

O conceito de função, para além do contexto matemático, refere-se à uma forma de ver, perceber e compreender movimentos do mundo, de seus sistemas, da vida e do cotidiano. Consideramos, também, que sua importância no decorrer da vivência das pessoas cresce de forma exponencial, uma vez que quanto mais nos envolvemos e nos entendemos enquanto membros de uma complexa sociedade, esse conhecimento se torna cada vez mais necessário.

Essa perspectiva muito se baseia em Sousa e Moura (2019), a partir do estudo sobre o conceito de função em historiografias. Os autores discutem, em seus estudos, que a construção do conhecimento (que hoje entendemos enquanto conceito, função) foi reelaborada constantemente por civilizações em contextos e períodos diversos, conforme as necessidades de cada grupo social, em cada tempo e espaço. O que nos direciona à percepção de múltiplas perspectivas acerca da "realidade fluente e interdependente que nos cerca. Aqui, a realidade é ampla e considera os movimentos da vida e os científicos que também fazem parte de nossas vidas" (Sousa e Moura, p. 1097, 2019).

Se a concepção geral do conceito de função e o movimento lógico-histórico desse conhecimento é dinâmico e múltiplo, por que insistimos em imobilizar e tornar sem fluxo as ações acerca desse movimento tão importante nas aulas de matemática, conduzindo momentos pautados na mecanicidade com falta de sentido,

geralmente atribuída à limitação das discussões à linguagem algébrica e a representações geométricas?

Uma reflexão sobre a dificuldade em estruturar elementos que remontam a essência do conceito de função nas aulas de matemática é apresentada no trabalho de Silva (2023), em que são analisados alguns princípios formativos fundamentais para a aprendizagem da docência. Um dos princípios revela a necessidade em compreender o processo de desenvolvimento humano por meio do conhecimento matemático para além da memorização de fórmulas e conceitos abstratos sem sentido diante da realidade objetiva, adquirir a qualidade de fomentar competências cognitivas.

O princípio descrito por Silva (2023), no contexto do conceito de função indica que,

> Para a promoção da aprendizagem da docência, entendemos o conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento do sujeito. Considerando os aspectos intrínsecos ao desenvolvimento do pensamento teórico, a partir da apropriação do conhecimento científico, quanto à forma de cultura humana, o modo de ensinar está relacionado diretamente à natureza de tal conhecimento. E, nesse sentido, defendemos a promoção do estudo do Movimento Lógico-Histórico para que haja tal apropriação (Silva, 2023, p. 220).

Esse trecho nos mostra a importância e a necessidade em estabelecer tais relações desde a formação inicial de professores de Matemática, o que é também levantado por Sousa e Moura (2019, p. 1098), ao defenderem que, "as historiografias sobre conceitos matemáticos façam parte da formação de professores que ensinam Matemática, para que possam conhecer melhor os nexos conceituais (internos e externos)". E, assim, promover uma qualidade nova para o processo de desenvolvimento dos estudantes e professores, a partir da relação dialética entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem.

Nesse sentido, o Clube de Matemática Ensino Médio (CluMat Ensino Médio), vinculado ao grupo do Programa de Educação Tutorial da Matemática Licenciatura (PETMAT) da Universidade

Federal de Goiás (UFG), percebeu a necessidade de compreender esses movimentos que acontecem em seu cotidiano, bem como compreender o funcionamento do mundo em diversos contextos, o que teve como resultado o conjunto de tarefas descritas ao longo deste livro.

Nesse viés, este capítulo será destinado à discussão sobre o encontro 1, intitulado "Como a comida move o mundo?", que tem como finalidade apresentar o problema desencadeador, promover o debate para evidenciar a importância da coletividade, elemento central para a organização do ensino pautada no movimento lógico-histórico dos conceitos e estabelecer relações de interdependência (nexo interno da função) entre as variáveis (nexo externo da função) que compõem o projeto de criação do restaurante.

Por que é importante evidenciar a coletividade nesta tarefa? De acordo com Silva (2023), é por meio da coletividade que o ser humano adquire a capacidade de atribuir sentido, de estabelecer relações entre os propósitos da atividade, os objetos das ações realizadas e os objetivos almejados. Além disso, a atividade do professor está intrinsecamente ligada à formação de conceitos, o que nos leva a refletir sobre a transformação constante do professor em sua prática. Essa transformação envolve significações que são peculiares a cada professor, mas que também emergem como resultado do contexto histórico-cultural da sociedade.

A respeito das relações de interdependência entre as variáveis, podemos notar que, Caraça (1951), expressa o termo realidade como sendo a interpretação e a compreensão dos fenômenos ao nosso redor. A partir desses fenômenos, surge a ideia de interdependência, que é a relação entre tudo e todos. Para o autor, tudo está relacionado de alguma forma, isto é, o autor compreende a função como um isolado, uma parte fundamental do objeto real que é percebido como recorte espaço-temporal da realidade, que se move em si. A função é caracterizada enquanto um isolado por ser uma parte fundamental do estudo da álgebra, é uma particularidade do conhecimento algébrico, que representa sua totalidade.

Dessa maneira, o isolado, apesar de ser a base da qual a análise se centrará, traz, dentro de si outros objetos, elementos que o constituem (nexos, no caso do conceito). Assim, um par dialético que compartilha de seus princípios algébricos é a fluência e a interdependência. Para Caraça (1951), a fluência garante a evolução do mundo a todos os momentos e a interdependência rege as coisas, objetos e fenômenos da realidade objetiva interrelacionados entre si.

Com isso é possível identificar regularidades nos eventos, possibilitando realizar repetições e previsões sob condições adequadas. Isto é, a interdependência, refletida pelas leis qualitativas, descreve os elementos isolados da realidade. Corroborando a isso, Panossian, Sousa e Moura (2017, p.130), afirmam que é imprescindível "compreender o movimento de formação de conceitos algébricos e mudanças que ocorrem e que se revelam historicamente, em seus nexos internos e na sua relação teórica".

Nesse sentido, apresentaremos a seguir, um modo de organização do ensino, por meio de uma tarefa expressa em uma história virtual, que corrobora com a lógica discutida a certa das relações de interdependência entre variáveis de uma função.

Como vamos nos mover?

O encontro 1, foi pensado com a intencionalidade de relacionar aspectos da coletividade com a interdependência como nexo interno do conceito de função. Movimento esse, motivado por meio da formação de grupos para desenvolver a tarefa proposta e o estabelecimento das relações de dependência e interdependência entre as variáveis que compõem o projeto da construção do restaurante.

Como a comida move o mundo foi organizado para ter duração de duas horas e dez minutos e foi dividido em cinco momentos. O primeiro momento foi reservado para a apresentação do enredo da criação do restaurante, que foi realizada por meio de um vídeo animado. Esse material, conta a história de quatro amigos de áreas profissionais distintas, que estavam vivendo suas vidas de

formas bem confortáveis, e decidiram se reunir em um restaurante para conversarem sobre o cotidiano.

Conforme foram contando sobre suas vivências e seus trabalhos, em um determinado momento um desses amigos perguntou "Como a comida move o mundo?", e ao expressar esse pensamento, seus colegas informaram que tinham pensado sobre isso também. Após discutirem sobre o assunto, o amigo mais alegre e animado de todos teve uma brilhante ideia e perguntou aos demais: "E se nós abríssemos um restaurante? Estamos todos bem financeiramente, é hora de arriscar um pouco no mundo. Vocês não acham?!".

Refletindo em como a comida move a vida, todos sentimos fome, e a busca incessante pela comodidade de alimentar-se com uma comida saborosa quando se vai em um restaurante. Colocando tudo isso na balança, os amigos decidiram que iriam juntar dinheiro para fazer a abertura do mais novo estabelecimento.

Ainda com a pergunta na cabeça, os amigos começaram a se questionar como a comida move cada um deles em suas respectivas áreas e que apesar de serem áreas distintas, todos conseguiriam responder à pergunta se trabalhassem em conjunto.

Pensando na proposta, o grupo queria muito começar a investir, mas não sabiam organizar, planejar e construir as ideias sobre como seria o funcionamento do restaurante, não queriam sair do conforto do conhecido, mas ainda sim, queriam a possibilidade de uma renda extra, mesmo que esse seja um investimento perigoso.

Após contarmos esta história, os professores explicaram que os estudantes foram desafiados a contribuírem com o planejamento do projeto do restaurante, movimento que iria desde a localização até a o prato final do cliente. Também foi informado que no decorrer dos 6 encontros, os educandos deveriam organizar o projeto do restaurante, e ao final, apresentar aos investidores.

No segundo momento do encontro, abrimos uma discussão sobre quais são as principais características que devem ser pensadas para a criação de um restaurante, quais são as necessidades cruciais para o bom funcionamento do projeto. A intenção com esse debate foi a de instigar discussões acerca de

valores para o investimento, relevância para a condução do restaurante e o conforto e praticidade para o cliente. Pedimos sugestões aos estudantes e anotamos no quadro, à medida que os estudantes elaboraram suas argumentações para convencer os colegas de seus pontos de vista.

Muitas ideias surgiram, mas, para organizar eixos prioritários, a turma selecionou e estruturou cinco categorias gerais que julgou serem essenciais para o investimento inicial do restaurante. As necessidades iniciais elencadas na culminância das discussões foram: "escolher o local", "como seria equipada a cozinha", "como seriam os equipamentos do salão de acomodação dos clientes", "uma pesquisa com fornecedores" e "qual o quantitativo de pessoal pensando na equipe e nos clientes". Assim, no terceiro momento, os estudantes estavam dispostos em cinco grupos, e cada pequeno grupo trabalhou com uma das características que foram escolhidas. Esse movimento foi previsto em planejamento e estruturado para direcionar intencionalmente a atividade, aliando-a aos objetivos do encontro a respeito da interdependência entre variáveis.

Os estudantes desenvolveram a proposta de modo coletivo em seus pequenos grupos, articulando-se aos demais. Eles foram orientados a levantarem três modelos para discutirem com a turma posteriormente. Para isso, eles consideraram aspectos como viabilidade, custos, funcionalidade e experiência do cliente ao desenvolver suas ideias.

Os grupos tiveram acesso aos recursos tecnológicos como celular, computador, entre outros, para auxiliá-los na elaboração dos esquemas, criação de imagens e cálculos dos valores a serem gastos. Eles realizaram pesquisas online, discutiram com os outros grupos e usaram sua criatividade para desenvolver propostas de forma mais concreta e próxima da realidade. Embora cada grupo tivesse focado em um tópico específico, os estudantes puderam se comunicar e compartilhar ideias entre os grupos para garantir que as diferentes propostas se integrem de maneira harmoniosa.

O quarto momento foi destinado à apresentação e votação das propostas de cada grupo, para toda a classe, de forma detalhada,

explicando o porquê de cada escolha, mostrando suas pesquisas e as contas executadas para chegar no determinado valor apresentado. Posterior à apresentação, os colegas de outros grupos fizeram perguntas para o grupo que apresentou, a fim de sanar qualquer dúvida. Por meio de votação, a turma foi escolhendo uma das propostas de cada grupo, para incrementar no projeto do planejamento do restaurante. Ao final de todas as discussões, apresentações e votações, os professores fizeram uma síntese, compondo as escolhas feitas pela turma e propondo uma questão final: "Qual é o valor esperado para o investimento inicial?".

No quinto e último momento do encontro, distribuímos um registro com 4 questões[1] que foram lidas por um dos professores, explicando cada uma delas para que os estudantes respondessem. E assim, finalizamos o encontro agradecendo a participação dos estudantes e recolhendo as pastas contendo as folhas de registro daquele dia.

Analisando o movimento de interdependência nas relações entre os grupos

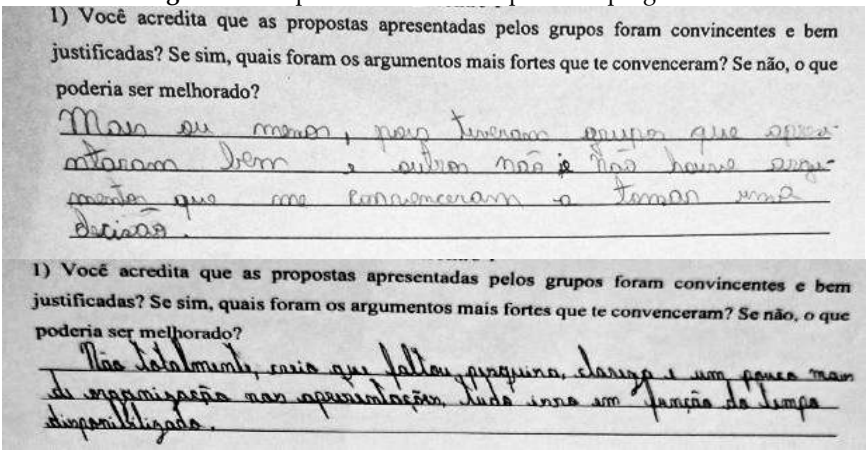
Retomando ao objetivo do encontro 01, "Como a comida move o mundo", objetivamos apresentar o problema desencadeador, promover o debate para evidenciar a importância da coletividade e estabelecer relações de interdependência entre as variáveis que compõem o projeto de criação do restaurante.

[1] Questões do registro: 1. Você acredita que as propostas apresentadas pelos grupos foram convincentes e bem justificadas? Se sim, quais foram os argumentos mais fortes que te convenceram? Se não, o que poderia ser melhorado? 2. Durante a tarefa, você se sentiu envolvido na tomada de decisões para montar o restaurante? Como essa tarefa afetou sua compreensão sobre a importância do trabalho em equipe na resolução de problemas? 3. Onde você identificou a presença e o uso da matemática ao longo da tarefa de planejamento do restaurante? Descreva em que momento e quais conteúdos são esses. 4. Onde você identificou a presença e o uso da matemática ao longo da tarefa de planejamento do restaurante? Descreva em que momento e quais conteúdos são esses.

Dando um enfoque maior na importância da coletividade e das relações entre os estudantes, os registros respondidos em sala durante a aula dão indício de que o trabalho em grupo e a coletividade foram importantes para a realização da tarefa.

Na figura 1, destacamos algumas respostas acerca do pensamento dos estudantes sobre a questão 1, proposta no registro.

Figura 1 – Respostas destacadas a partir da pergunta 1



Fonte: arquivos do projeto.

Através do conteúdo exposto acima, conseguimos ver algumas respostas dos discentes que nos indicam uma maior criticidade e uma visão analítica em relação às apresentações e argumentações feitas pelos colegas que foi algo comum dentre os participantes do encontro. É perceptível também, que quando os colegas não apresentam argumentos estruturados, os outros estudantes tendem a não concordar e propor uma alternativa, fato esse que soma ao objetivo de promover debates.

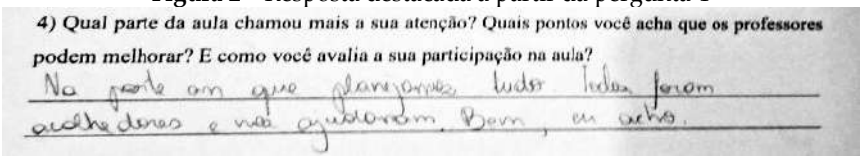
Isso foi perceptível, pois ao longo das dinâmicas, os discentes demoravam muito (ou levavam mais tempo) nas discussões, momento em que precisavam levantar hipóteses sobre o que fazer. Foi notório que a demora nesses momentos foi a tentativa de alcançar uma forma onde pudessem se expressar e fazer o que foi solicitado da melhor forma no entendimento deles. Isso soma-se ao

objetivo, pois essa discussão e a interação dos estudantes, visando um objetivo comum, se aproxima da coletividade almejada.

Cabe ressaltar que, nesse momento, a turma estava em seu segundo contato com o CluMat Ensino Médio, não era possível afirmar que havia uma coletividade, mas já se iniciava movimentos primários que direcionaram a esse caminho. Elementos que podem ser destacados a respeito desse caminho, podem ser observados pelos fatos em que os estudantes, exercem a escuta da ideia do outro, analisa-a junto ao problema proposto e infere uma síntese sobre os resultados alcançados.

Sobre isso, corroboramos com Leontiev (1978), ao indicar que as necessidades são propulsoras para que sujeitos possam explorar e articular suas ações, no movimento de atividade, em torno de um problema individual ou coletivo. Combinado a essa percepção, destacamos ainda, uma menção à questão 4 do registro, descrita na figura 2.

Figura 2 – Resposta destacada a partir da pergunta 4



Fonte: Arquivos do projeto.

Na figura 2, a estudante menciona que a parte em que ela mais gostou da tarefa foi pelo movimento organizado intencionalmente, em que discorreu, "na parte em que planejamos tudo, todos foram acolhedores e nos ajudaram. Bem, eu acho." Esse pensamento pode revelar que, apesar das críticas envolvidas nas ações, o grupo tinha um objetivo comum, o que mobilizou um acolhimento tanto das ideias, quanto dos debates. Além disso, a fala dela revela também uma necessidade de planejar as ações para alcançar um objetivo coletivo, isto é, motivados a um fim.

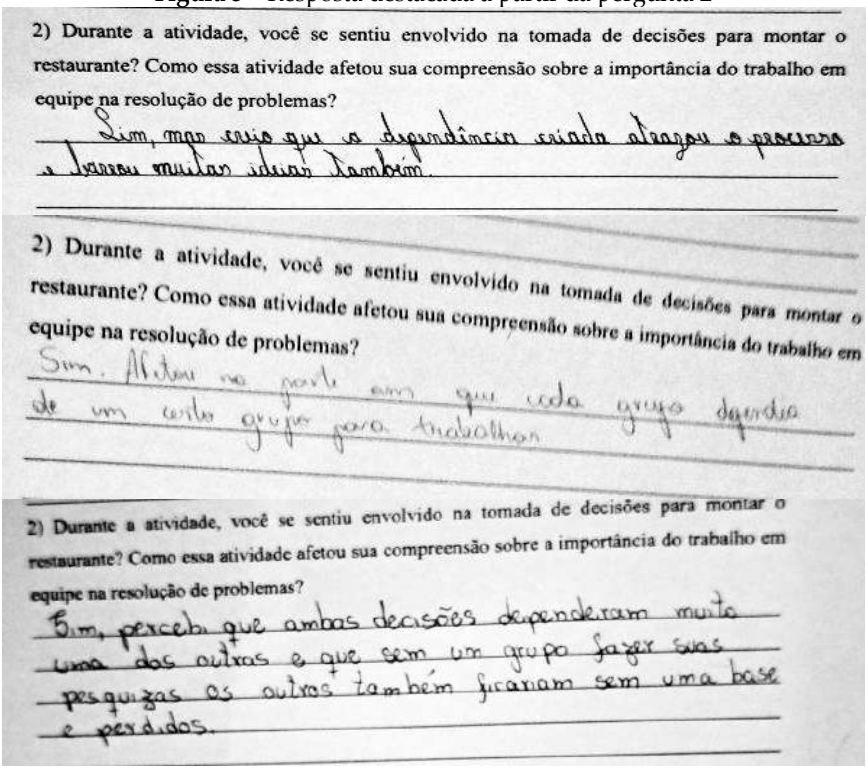
Nesse sentido, podemos considerar que esse movimento foi um indício de que os estudantes puderam manifestar elementos que entraram em atividade, já que tivemos a necessidade como

fator desencadeador, o que motivou a resolver as questões postas por meio de ações conscientes e organizadas a um fim.

Outra parte basilar do encontro, foi discutir o nexo interno interdependência, do conceito de função e suas relações com a variável, enquanto nexo externo. Ao elaborarmos tal tarefa, pensamos na distribuição dos grupos de forma intencional para que os estudantes sentissem a necessidade de se articularem entre os grupos.

Com objetivo de exemplificar esse movimento de interdependências entre as variáveis e o que ele causou na percepção dos estudantes, destacamos a seguir, na figura 3, três respostas ao registro, referentes à pergunta 2.

Figura 3 – Resposta destacada a partir da pergunta 2



Fonte: Arquivos do projeto.

Contextualizando a necessidade de articulação entre os grupos, na tarefa, para determinar uma proposta adequada para a quantidade de insumos que seriam pesquisados com os fornecedores, os estudantes precisavam saber a quantidade de clientes esperado para atendimento no restaurante.

Além disso, o espaço, a quantidade de trabalhadores do estabelecimento, o tamanho da cozinha e seus equipamentos dependiam do número de clientes esperado. De outro ponto de vista, definir o local de atendimento do restaurante, implicaria nas condições objetivas de outras categorias que compõem a totalidade dele. Então, são esses fatores que foram estruturados para relacionarmos a interdependência entre as variáveis no problema desencadeador.

Devido a essa organização, os discentes perceberam a necessidade de tal articulação e se movimentaram, buscando compreender o que os outros grupos estavam fazendo, para elaborarem uma proposta que encaixasse no projeto do restaurante, isto é, os isolados que se completam e formam o todo. Mobilizados pela necessidade intrínseca na história virtual, entendemos que, conforme indica Petrovski (1982), a atividade do sujeito se manifesta nos motivos de conduta que a caracterizam, nas atitudes e nos modos de atuar, orientados a transformar a realidade circundante.

Nesse movimento, a primeira resposta da figura 3, nos mostra que o estudante compreendeu que o modo de organização e a necessidade de articulação "atrasou o processo". Para nós, enquanto professores, entendemos que o movimento foi de grande relevância para o objetivo conectado ao nexo interno do conceito de função. O que pode ter gerado tal sensação ao estudante, de acordo com o que estudamos, deve estar relacionado ao modo já esperado de se estudar o conceito, como discorrido no primeiro capítulo deste livro.

Já a segunda resposta destacada na figura 3, observa-se que a estudante percebeu tal necessidade e correlacionou ainda, ao modo coletivo de organização, corroborando a discussão Moura (2007) entende que, esse conhecimento é derivado de uma necessidade

suscitada pelo coletivo, em que o indivíduo se apropria de novas sínteses que são geradas ao solucionar os problemas.

E por último, na terceira resposta da figura 3, podemos observar que ao dizer "Sim. Afetou na parte em que cada grupo dependia de um certo grupo para trabalhar", o estudante indica que as relações estabelecidas entre os grupos não poderiam se dar de um modo qualquer, mas de um certo grupo, para que o objetivo fosse alcançado já que havia uma dependência entre os grupos.

Neste capítulo, não destacamos nenhuma resposta a respeito da questão 3 do registro, "Onde você identificou a presença e o uso da matemática ao longo da tarefa de planejamento do restaurante?". Visto que, para os estudantes, até o momento, "trabalho em grupo" e "interdependência" não tinham nada explícito relacionado à função, o que era uma dificuldade já esperada pelos professores. Assim, as respostas a essa pergunta circundam apenas os aspectos das operações básicas que definiram o valor final de investimento do restaurante, o que não era nosso objetivo principal com esse encontro.

Conclusão

Após toda a jornada apresentada neste capítulo sobre o Encontro 1, "Como a comida move o mundo", podemos dizer que foi um momento onde educandos e educadores conseguiram experienciar o ensino e a aprendizagem de matemática de forma coletiva, no qual os sujeitos conseguiram montar o projeto de um restaurante e chegar num orçamento inicial de forma conjunta, onde tiveram que perceber como dependiam uns dos outros e se movimentarem de acordo com essas dependências, ou dessa *interdependência*, para chegarem num projeto sólido e coeso.

Tendo como luz nossos objetivos, acreditamos que ao apresentar o problema desencadeador, pudemos aproximar os conceitos dos estudantes a partir da articulação entre elementos do cotidiano dos discentes e necessidades históricas vinculadas ao movimento de construção dos conhecimentos sobre função, por

meio da proposta de construção do restaurante. Ao decorrer do encontro, conseguimos observar as movimentações e vestígios entre os grupos que compartilhavam entre si ideias de como poderia ser o restaurante, evidenciando que o trabalho em conjunto e outros aspectos da coletividade emergiram para o desenrolar da tarefa, pois ainda que tentassem resolver os problemas individualmente, não era possível, uma vez que diversos setores, ou variáveis do restaurante, dependiam - ou inter-dependendiam - uns dos outros, o que fazia que as interações ocorressem de maneira espontânea.

Ao decorrer de toda essa aventura, os docentes, ainda que já conscientes do planejamento e do desenvolvimento da tarefa, ficaram surpresos, positivamente, com seu funcionamento, ao perceberem os estudantes compartilhando suas percepções sobre o restaurante e sentirem a fluência do encontro, como se o conceito se apresentasse em matéria entre os sujeitos, reivindicando sua forma enquanto saber inerentemente humano e, apesar de transformado, ancestral.

Porém, ao fim do encontro, havia ainda um sentimento de que ainda não era o suficiente. Por mais que julgamos termos conseguido evidenciar os conceitos de dependência e interdependência, isso, como havíamos previsto em planejamento, não seria o bastante para a apropriação do conceito de função em essência. Era preciso avançar mais, precisávamos tratar sobre fluência, sobre campo de variação e outros aspectos. E o restaurante? Já estava acabado, pronto? Só teremos essas despesas para o investimento inicial? E o salário dos funcionários como iríamos calcular?

Referências

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da Matemática*. 10. ed. Lisboa: Sá da Costa, 1951.

LEONTIEV, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

MOURA, M. O. *A atividade pedagógica como ação comunicativa*. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 33, n. 3, p. 405–420, set./dez. 2007.

PANOSSIAN, M. L., SOUSA, M. do C. de, MOURA, M. O. de. (2016). *Conceptual nexuses of algebraic knowledge: a study from the starting point of the historic and logical movement.* Revista Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática, 6(2), 36-53.

PETROVSKI, A. V. *Fundamentos de psicologia geral*. 2. ed. Lisboa: Livros Horizonte, 1982.

SILVA, M. R. *Indícios de apropriação do conceito de função por meio da aprendizagem da docência: uma proposta formativa no clube de matemática ensino médio*. 2023. 280 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2023. Disponível em: https://repositorio.bc.ufg.br/tede/items/fa35909e-fff1-4bf1-85d8-78e93501da9e. Acesso em: 15 jul. 2025.

SOUSA, M. C. B.; MOURA, M. O. *O movimento de constituição da atividade de estudo: ações dos alunos, papel do professor*. In: MOURA, M. O. (Org.). *Ensino e aprendizagem: a teoria da atividade como base para a pesquisa e a prática pedagógica*. São Paulo: Edições Loyola, 2017. p. 111–132.

CAPÍTULO 5: "MAS MARKETING É PROFISSÃO?" DISCUSSÕES SOBRE O CONCEITO DE TRABALHO POR MEIO DO ENSINO DE FUNÇÃO

Marcos Henrique Alves Chaves
Gabriella Rosa Pereira

O conceito de trabalho e suas relações com a Educação Básica podem ser comumente associados às disciplinas de Filosofia, História, entre outras áreas, no campo das Ciências Humanas. Por outro lado, gostaríamos de convidar você, leitor, a analisar do ponto de vista matemático e refletir se esse conceito estaria tão intrinsecamente ligado somente a essas áreas? Qual conexão você imaginaria/criaria entre o conceito de trabalho e Matemática? Como poderiam se dar discussões acerca de trabalho nas aulas de Matemática? Qual o lugar da Matemática para com essa ideia tão proeminente na existência humana?

Uma proposta que poderia ser pensada para tais perguntas, são os problemas com enunciados envolvendo o salário de "João" ou algumas questões o reajuste salarial que "Beatriz" receberá, cujo comando da questão levaria simplesmente a organização de um cálculo.

Ao entendermos as situações pontuais de "João' e "Beatriz", planos de fundo pertinentes e suficientes para a contextualização de exercícios, não consideramos tal lógica como problemática. Nossa crítica, então, se dirige às limitações que essa lógica impõe ao "trabalho" e à Matemática, que, em suas diversas dimensões, é simplificado e alienado, tornando-se secundário ao ensino dos conceitos dessa ciência.

O trabalho, tanto na perspectiva de Marx - vale destacar o quanto esse conceito é central para a teoria na qual nos alicerçamos nesse texto, uma vez que refere-se à transformação da realidade material/natural pela ação humana - quanto no senso comum, utilizado para se referir ao emprego dos trabalhadores, carrega

consigo um significado pertinente e indispensável para pensarmos espaços de educação formal, visto que, inserida na sociedade capitalista, a escola é composta por sujeitos imersos na lógica da troca da força de trabalho por condições de existência.

Entretanto, o trabalho, em sua essência, a partir dos pressupostos marxistas, já era valioso ao ser humano antes mesmo da instauração do sistema capitalista. O conceito de trabalho para Marx transcende a ideia de trabalhar para receber e receber para sobreviver, a medida em que, remetendo-se ao trabalho enquanto a capacidade de transformação da natureza e reconstrução da realidade concreta e de si mesmo. Sendo assim, o trabalho, não é uma relação entre fazer-receber-sobreviver, uma necessidade primordial para a existência humana: trabalhar para viver e trabalhar enquanto a própria vida. Nesse sentido,

> Marx apresenta o trabalho, por um lado, como auto-gênese humana, mediante relação recíproca com a natureza, que faz do homem não apenas um ser natural, objetivo, mas um ser natural humano, um ser para si próprio, um ser universal, genérico. Desse modo, afirma-se que o trabalho distingue o homem do animal. [...] Por outro lado, Marx também apresenta o trabalho como elemento de subordinação ao capital, como trabalho estranhado, de sacrifício e mortificação do homem, cuja expressão máxima se revela na perda dos objetos trabalhos e no próprio ato da produção, no qual o homem se sente fora de si, subtraído (Oliveira, 2010, p. 74).

Assim, a leitura sobre tal conceito de Marx, subsidia a necessidade de discussão e problematização de aspectos da organização da sociedade que não podem ser tangenciados ou ignorados. Logo, em um entendimento de que o ensino deve se pautar nas necessidades daqueles que estão em atividade de estudo, o potencial de contextos permeados pelas relações humanas de trabalho, antes resumidas à "plano de fundo", para a organização do ensino de matemática, com ênfase - no Clube de Matemática Ensino Médio (CluMat Ensino Médio) - em função e seus nexos, se apresenta.

Neste capítulo, trataremos sobre um recorte do projeto CluMat Ensino Médio, o Encontro 2, chamado "Vai pagar quanto? Ou acha que trabalho de graça?". Ao tratarmos de um "Encontro 2", é natural inferir a existência de um encontro que o anteceda e, de fato, há. Nesse encontro anterior, foi proposto à turma da 1ª série do Ensino Médio a construção de um restaurante (construção essa que permeia todos os demais encontros por meio de uma história virtual[1]). Nessa tarefa, organizados em grupos, os estudantes decidiram aspectos do estabelecimento (tipo de comida, equipe de funcionários, fornecedores, perfil dos clientes, localização, materiais de cozinha e estética), onde precisaram se comunicar e deliberar, votando, pelas opções que considerarem melhores. Aqui, objetiva-se tratar da ideia de que "coisas dependem de coisas", a existência de uma interdependência entre as necessidades delegadas a cada grupo.

Nesse sentido, a tarefa do encontro 2, pretende, para além de continuar a construção do restaurante, costurando, uma sequência lógica e interligada de acontecimentos - uma teia de eventos -, dar também continuidade conceitual ao encontro anterior. Se a existência de interdependências implica na existência de dependências e se, para além disso, estamos tratando de objetos dinâmicos (os elementos necessários para abrir um restaurante) há, então, nesse processo, movimento. Intrínseco, no contexto de funções, a esse movimento, está a ideia de variação. Desse modo, a tarefa do encontro 2 se ocupou em expandir a ideia de que "coisas dependem de coisas" para um entendimento de que "o movimento das coisas varia de acordo com suas dependências".

Tal objetivo, fez-nos debruçarmos sobre uma categoria elencada anteriormente, a equipe de funcionários. Quais aspectos seriam tão bons como "plano de fundo" quanto às relações entre

[1] "É compreendida como uma narrativa que proporciona ao estudante envolver-se na solução de um problema como se fosse parte de um coletivo que busca solucioná-lo, tendo como fim a satisfação de uma determinada necessidade, à semelhança do que pode ter acontecido em certo momento histórico da humanidade" (Moura, et al., 2016, p. 120).

trabalho, força de trabalho, tempo e justiça para tratarmos do conceito de variável e das ideias variação e movimento?

Portanto, a tarefa do encontro, tratou da organização dos salários dos funcionários, de acordo com o cargo de cada um no restaurante. Junto ao potencial crítico e reflexivo, à medida que os educandos precisavam determinar quais critérios e perspectivas iriam aderir para decidir "a melhor forma" de estabelecer os salários, há o potencial conceitual: afinal, "o que difere uma equação de uma função é só o f(x) na frente, professor"?

Assim, por meio da construção dos salários dos funcionários do restaurante, nos ocupamos de endereçar possíveis confusões conceituais entre equação e função, entendendo como um dos promotores dessas contradições, o tempo, afinal, enquanto um dos conceitos, foi apresentado "recentemente" aos estudantes, o outro já se apresentou nas aulas de Matemática desde o 6° ano do Ensino Fundamental.

Em resumo, o objetivo deste encontro foi o de motivar o senso crítico dos estudantes, ao mesmo tempo em que nos propomos à reflexão quanto a diferenciação entre variável e incógnita, visando a apropriação dos nexos conceituais de função, tais como as relações de dependência e interdependência. Tendo em vista os nossos objetivos e a nossa compreensão teórica pautada nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural (THC), da Teoria da Atividade (Leontiev, 1978), da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) (Moura, 1996), e do estudo do movimento lógico-histórico do conceito de função, partimos das necessidades humanas que levaram à construção do conceito, por intermédio da construção do restaurante, entendendo tal proposta como uma história virtual.

Compreender ensino e aprendizagem na perspectiva dessas teorias implica que, como aponta Moura (2016),

> [...] é fundamental que, no processo de ensino, o objeto a ser ensinado seja compreendido pelos estudantes como objeto de aprendizagem. Para a teoria histórico-cultural, isso só é possível se esse mesmo objeto se constituir como uma necessidade para eles. Assim, os

> conhecimentos teóricos são ao mesmo tempo objeto e necessidade na atividade de aprendizagem (Moura et al, 2016, 92).

Diante disso, pautar-se em uma organização de ensino que tem como base o movimento lógico-histórico dos conceitos por meio das necessidades humanas, não trata-se de apresentar resumos com as contribuições dos ditos "inventores" ou (re)contar as histórias dos "grandes matemáticos" e suas civilizações - seres e contextos por vezes tratados como distantes, quase que místicos ou irreais -, mas apropriarmo-nos desses saberes, e da construção dos mesmos, enquanto construtos não só das classes mais altas de cada período histórico, de governo, de clero, de homens como Newton e Euclides, mas também da história dos comuns, das multidões, cujos nomes não constam nos livros e se tornam invisíveis ao longo do tempo, mas que construíram, em seus cotidianos, motivados por suas necessidades, o conhecimento. Entendemos, então, que é justamente na história dos invisíveis (ou invisibilizados) que habitará a resposta de uma de nossas primeiras perguntas enquanto educadores, principalmente ao estarmos convencidos pela teoria em que se pauta esse livro: "como fazer com que esse sujeito, educando, perceba a necessidade de aprender algo que ensinarei?". Nessa perspectiva, tendo tudo isso em vista, organizamos o Encontro 2.

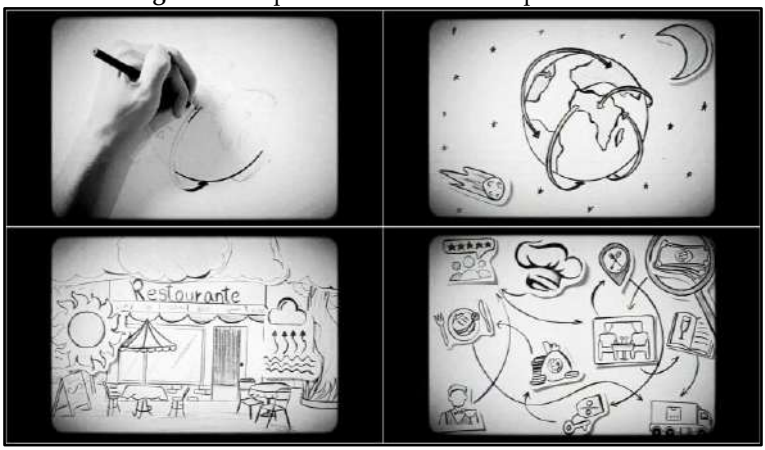
Breve descrição do encontro: Vai pagar quanto? Ou acha que trabalho de graça?

Tendo em mente a potencialidade do par dialético "Trabalho e Matemática" e almejando dar continuidade conceitual aos encontros anteriores, fez-se necessário para nós, professores em formação, como um motivo indubitável, organizar o ensino à medida que definimos como iríamos trabalhar com esses conhecimentos teóricos. Dessa forma, a partir de estudos e reuniões, construímos o planejamento dos encontros, que, pensados e organizados em grupo, visaram sempre que os sujeitos em aprendizagem tivessem contato com situações que

pudessem, a partir de nossas perspectivas no momento, possibilitar a apropriação dos conceitos trabalhados. Pensando em todos esses aspectos, planejamos o Encontro 2 intitulado "Vai pagar quanto? Ou acha que trabalho de graça? que aconteceu com duração de 2 horas e 10 minutos.

Para dar início ao encontro, percebemos que era necessário retomar o movimento das decisões deliberadas anteriormente pela turma. Foi então, pensada, a produção de um vídeo, roteirizado e narrado pelo conjunto e desenhado, editado e animado por um dos professores em formação, Rafael Almeida, responsável, também, por todos os desenhos do vídeo. No segundo encontro, o roteiro da história, objetivando retomar o Encontro 1, pautou-se em evidenciar como tudo em nossas vidas está conectado, e consequentemente, existem coisas que dependem de outras coisas - destacando o nexo interno interdependência e que "com nosso restaurante não seria diferente, a mobília dependia do espaço do restaurante, o espaço dependia do setor que estaria localizado, e o aluguel também dependia desses fatores" (trecho do roteiro), entre outras muitas dependências que dependendo entre si, criam uma interdependência de elementos. Na figura 1 a seguir, estão alguns recortes do vídeo supracitado.

Figura 1 – Capturas de tela do vídeo produzido



Fonte: Elaboração própria.

Por trás dessas interdependências entre elementos, evidenciadas pelas setas que interligam os desenhos, existe um elemento que influencia, direta ou indiretamente, todos esses aspectos: o Dinheiro. Ao fim do vídeo, a seguinte pergunta foi feita: "Como nós, da classe trabalhadora, conseguimos dinheiro?". Esse questionamento foi feito para que, a partir dele, pudéssemos apresentar o que iríamos trabalhar no decorrer do Encontro 2, o trabalho e os salários dos funcionários. A animação, enquanto recurso metodológico, mostrou-se tão interessante e promissora que continuou, nos encontros seguintes, a ser utilizada como forma de retomar os movimentos dos encontros antecedentes.

Em seguida, foi proposta uma roda de conversa para refletirmos sobre o questionamento: "O que é um salário?". Emergiram, desse momento, pontos como o atual salário mínimo brasileiro (de R$1.320); a desigualdade salarial (o salário entre diferentes gêneros, áreas de atuação, inflação) e, até mesmo, a etimologia da palavra, que se origina de um objeto que era usado como troca pelos serviços prestados, o Sal. Vale destacar, que alguns desses pontos foram elencados pelos próprios professores, quando estavam no movimento de planejar o encontro, mas tínhamos como objetivo, que os próprios estudantes trouxessem os pontos que eles achavam pertinentes sobre a temática.

Além de discutir o que é um salário, partimos para a reflexão sobre "O que compõe um salário?". Assim, os professores explicaram que o salário era composto por impostos como o recolhimento do "Instituto Nacional do Seguro Social - INSS" e o "Imposto de Renda Retido na Fonte - IRRF", vale-refeição, vale-transporte, e, por último, o valor que ele irá receber de fato, sendo todos esses apresentados seguidos de explicação dos encargos de cada um.

Posteriormente, a turma foi dividida em grupos de funcionários - definidos no encontro anterior (Marketing, Faxineiros, Cozinheiros, Garçons e Contadores). Cada grupo deveria chegar a um valor para os salários que o restaurante deveria pagar a seus respectivos funcionários. Para chegar no

salário final, esperávamos que eles construíssem duas funções e uma equação, sendo elas as seguintes:

● Primeira função: Valor Recebido = Valor por hora x Horas Trabalhadas.

● Segunda função: Imposto = Valor Recebido x Valor do Imposto (o valor do imposto eles deveriam pesquisar e encontrar uma porcentagem).

● Equação: Salário Final = Valor Recebido - Imposto + Vale-Refeição + Vale-Transporte.

Para a organização das discussões acerca da diferença entre funções e equações e, consequentemente, variável e incógnita, está o seguinte pensamento: em um mês consigo calcular o meu salário utilizando de uma equação, dado que os valores já estão postos, mas, em um período de tempo maior, há diversas variáveis - os impostos, as porcentagens previstas para os adicionais, mudanças nas legislações, horas extras, entre outras - que podem influenciar nesse cálculo e, consequentemente, meu salário irá variar em função delas, assim, utilizo do conceito de função e de variável para realizar esse cálculo.

Para concluir a realização da tarefa, visando atingir o objetivo de compreender a diferença entre variável e incógnita, e a diferença entre uma equação e uma função por meio do reconhecimento de ambas, os estudantes deveriam estabelecer os respectivos salários dos funcionários do seu grupo.

Para tornar explícita as ações dos estudantes e motivar a reflexão, foi organizado o momento da síntese das ideias, em que os professores reuniram todos os salários para fazer o somatório e descobrir qual seria o custo para o restaurante, discutindo se os salários foram justos e refletindo, em conjunto, quando as pautas como diminuição ou aumento de alguns dos salários surgiram. Concomitantemente, uma discussão a respeito da diferença entre variável e incógnita, foi realizada, uma vez que esteve presente na modelagem das funções e equações, juntamente com a diferença entre cada uma.

Então, para concluir o Encontro 2, entregamos uma folha de registro para os estudantes responderam individualmente com as seguintes perguntas: Antes da aula, você saberia responder qual a diferença entre Equação e Função? Defina com suas palavras cada uma respectivamente; O que as discussões a respeito da situação salarial atual brasileira contribuíram para você? Qual parte da aula chamou mais a sua atenção? Quais pontos você acha que os professores podem melhorar? Como você avalia a sua participação na aula?

A definição das perguntas do registro pautou-se no que acreditávamos ser necessário para perceber, de forma mais específica, como o sujeito em atividade de aprendizagem se movimentou durante o encontro. Dessa forma, cada registro após a realização do encontro era analisado pelos professores e um comentário era deixado para o estudante, que seria entregue no encontro posterior.

Tendo em vista todos esses aspectos citados anteriormente na descrição do encontro 2, entendemos a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como base didático-metodológica para a organização de nossas práticas, implica, como já elencamos neste livro, uma compreensão teórica específica de sujeitos e de mundo. Nessa perspectiva, analisar e avaliar as ações de maneira crítica, em suas potencialidades e obstáculos se faz necessário para a transformação dos processos e de nossa prática enquanto educadores.

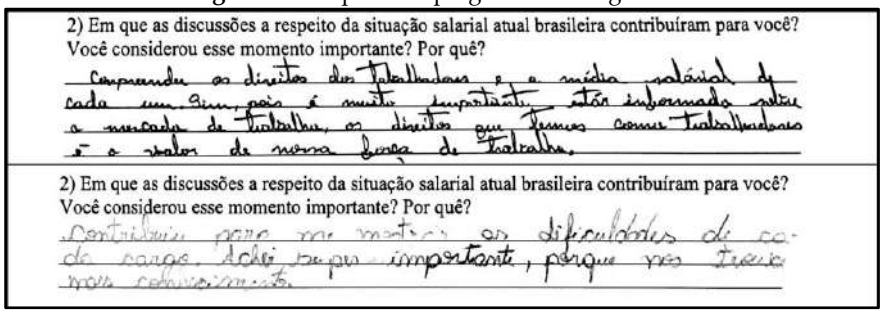
Análise do movimento de aprendizagem e discussões advindas do encontro

Como já apresentamos neste capítulo, o movimento lógico que subsidiou a escolha da temática "relações de trabalho" para esse encontro, passou indissociavelmente pelas bases teóricas que direcionam o nosso planejamento. Antes disso, todavia, nascido das vivências dos futuros professores envolvidos no projeto, o trabalho aparece como uma resposta à necessidade de um contexto que, diretamente, estivesse relacionado à realidade concreta dos sujeitos.

Era necessária uma situação, permeada pelas relações humanas, que desencadeasse nos estudantes a necessidade de aprender o conceito matemático que ensinamos, colocando-os em movimento.

A hipótese de propor que a pesquisa e o pensar sobre as condições de trabalho de diferentes profissões envolveria os sujeitos, apresenta indícios de que o objetivo de engajar os educandos foi alcançado, à medida que os registros, como pode ser observado no recorte da pergunta 2 (figura 2), tratam de contribuições das discussões acerca de salário para a compreensão dos estudantes sobre o assunto.

Figura 2 – Respostas à pergunta 2 do registro[2]


2) Em que as discussões a respeito da situação salarial atual brasileira contribuíram para você? Você considerou esse momento importante? Por quê?

Compreender os direitos dos Trabalhadores e a média salárial de cada um. Sim, pois é muito importante estar informado sobre o mercado de trabalho, os direitos que temos como Trabalhadores e o valor de nossa força de trabalho.

2) Em que as discussões a respeito da situação salarial atual brasileira contribuíram para você? Você considerou esse momento importante? Por quê?

Contribuiu para me mostrar as dificuldades de cada cargo. Achei bem importante, porque nos trouxe conhecimento.

Fonte: Arquivos do projeto.

Os educandos, ao responderem que o momento os fez *compreender os direitos dos trabalhadores e a média salarial brasileira* e pensar sobre *a importância de estar informado sobre o mercado de trabalho [...] e o valor de nossa força de trabalho* e, no caso da segunda resposta, refletir sobre *as dificuldades de cada cargo* corroboram com a hipótese de que estudar sobre essas questões teria alguma importância (ou uma *super* importância, como respondeu o segundo estudante).

[2] Transcrição da figura 2: a primeira resposta "Compreender os direitos dos trabalhadores e a média salarial de cada um. Sim, pois é muito importante estar informado sobre o mercado de trabalho, os direitos que temos como trabalhadores e o valor de nossa força de trabalho", a segunda resposta "Contribuiu para me mostrar as dificuldades de cada cargo. Achei superimportante porque nos trouxe conhecimento".

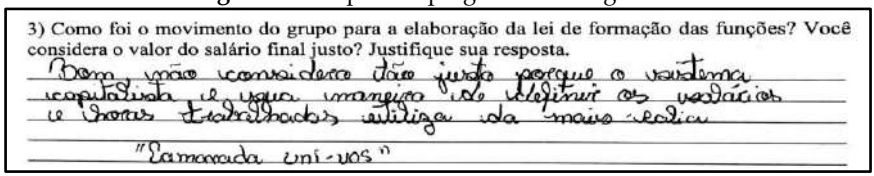
É possível articular, então, que a aula de matemática - ou, ao menos, esse ponto específico da aula - instigou nos sujeitos reflexões relacionadas à temática a partir dos vestígios que podem apontar à transcendência de um caráter exclusivamente informativo, referindo-se os trecho *"estar informado"*, a medida em que a utilização da palavra *valor* é compreendida, nesse contexto, enquanto sinônimo de importância (e não enquanto profundo conceito marxista), indicando possível movimento de aproximação da mobilização do reflexo da realidade material na consciência, o *pensamento* (Leontiev, 1978; Vigotski, 2009), por intermédio da afecção (Gomes; Mello, 2010). O *valor* não se refere somente a outrem ou a algum objeto, mas faz questão de evocar o próprio autor da resposta: *o valor de **nosso** trabalho.*

Remetendo aos objetivos, indicativos de uma análise crítica dos educandos perante a tarefa se explicitam em diversos registros, a exemplo novamente das respostas supracitadas, demonstrando a ocupação dos sujeitos sobre os direitos da classe trabalhadora e as dificuldades de cada cargo.

Nessa direção, consideramos relevante compartilhar com o leitor um "apelido" que o encontro, do qual nos referimos, recebeu de um grupo de estudantes: a Aula do Comunismo. Ainda no momento da roda de conversa acerca dos elementos que compõem um salário, o termo "mais-valia" foi elencado por um estudante e, quanto a isso, pedimos ao leitor um cuidado de percepção: em momento algum comentamos, em nossas falas à frente da turma ou nos pequenos grupos, sobre a base teórica que adotamos, nem sobre a AOE ou a THC, nem sobre a crítica de Marx - ainda que, essa última, esteja prevista nas bases do currículo no contexto do Ensino Médio.

Tal situação, expressa nas falas e em respostas ao registro expresso na figura 3 é indicativa, às lentes de nosso objetivo, de um movimento, mesmo que incipiente, da crítica estabelecida pelos educandos, ao serem questionados sobre justiça, entre a proposta apresentada, os conteúdos apresentados por outras disciplinas e, até mesmo, com as realidades que os circundam.

Figura 3 – Resposta à pergunta 3 do registro[3]


3) Como foi o movimento do grupo para a elaboração da lei de formação das funções? Você considera o valor do salário final justo? Justifique sua resposta.
Bom, não considero tão justo porque o sistema capitalista e sua maneira de definir os salários e horas trabalhadas utiliza da mais-valia.
"Camarada uni-vos"

Fonte: Arquivos do projeto.

Observamos, então, evidências da possível pertinência do contexto de salários, jornadas de trabalho e profissões para a organização do ensino numa perspectiva da promoção nos sujeitos da necessidade de envolvimento com as tarefas, principalmente ao rememoramos que tratam de sujeitos do Ensino Médio, que tencionam a transformação de sua atividade principal do estudo ao trabalho.

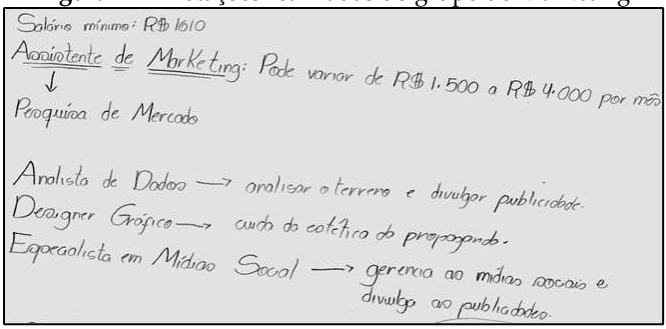
Também nessa direção, gostaríamos de destacar o grupo que ficou responsável por definir o salário da equipe de Marketing do restaurante. Após solicitarmos tal tarefa ao grupo, a primeira pergunta que recebemos como retorno quanto a isso foi: "Mas Marketing é profissão?". E aqui, gostaríamos de destacar a postura investigativa e reflexiva dos estudantes do grupo, que ao estarem imersos nesse movimento da tarefa proposta, não apenas estavam realizando aquilo que foi solicitado, como também estavam refletindo e pensando criticamente sobre o que estava sendo pedido na tarefa.

Para que tal pergunta fosse respondida, o grupo apropriou-se de uma necessidade diferente dos outros grupos. Enquanto os demais colegas pesquisaram sobre profissões como cozinheiros, contadores, entre outras, o grupo do Marketing entrou em um movimento de pesquisa, anterior até mesmo ao de pesquisar os salários ou valores pagos por hora. Assim, os estudantes decidiram pesquisar sobre quais seriam os cargos iriam compor essa equipe (figura 4) chegando em cargos como: assistente de marketing, analista de dados, designer gráfico e especialista de mídia social.

[3] Transcrição da figura 3: Bom, não considero tão justo porque o sistema capitalista e sua maneira de definir os salários e horas trabalhadas utiliza da mais-valia. "Camarada uni-vos".

Além dos cargos, as respectivas funções de cada cargo também foram pesquisadas e acrescentadas em suas anotações.

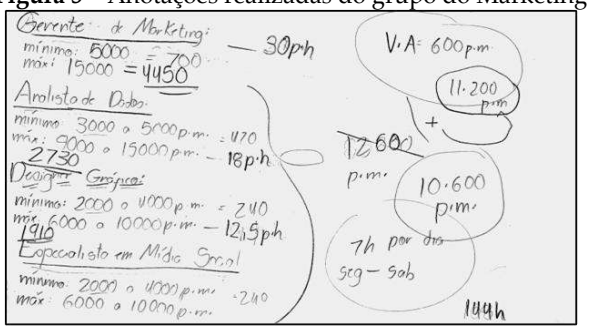
Figura 4 – Anotações realizadas do grupo do Marketing



Fonte: Arquivos do projeto.

Após elencar os cargos, pesquisaram sobre a média salarial de cada um. Aqui então, apresenta-se uma diferença que consideramos fundamental e que distinguiu a forma de realizar e pensar a tarefa entre os grupos e, consequentemente, o movimento de apropriação dos conceitos: enquanto alguns grupos buscaram na internet pelo valor médio pago por hora, como o grupo dos cozinheiros, que encontraram ao pesquisar o valor de R$10,59 por hora e multiplicaram pelo total de horas trabalhadas por mês, outros grupos, como o próprio grupo do Marketing, como mostra a figura 5, encontraram possíveis salários mensais e dividiram esses salários pelas horas trabalhadas para depois descobrir o valor da hora de cada funcionário.

Figura 5 – Anotações realizadas do grupo do Marketing



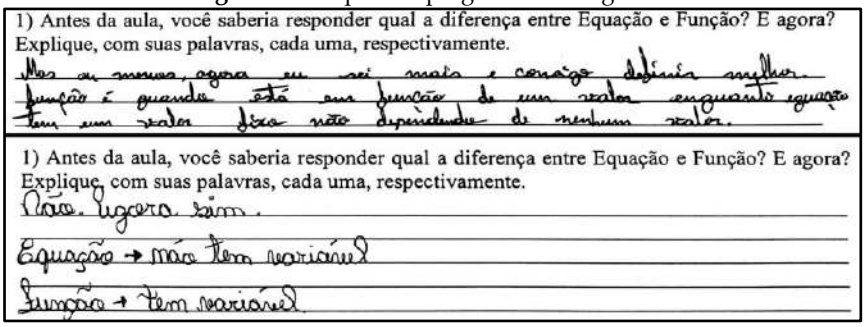
Fonte: Arquivos do projeto.

Tal decisão diferencia o desenrolar dos processos a medida em que enquanto alguns grupos, que encontraram o valor da hora e multiplicaram em relação às horas trabalhadas, já estavam lidando com a variável da função, prevista em nosso planejamento, no qual, o valor recebido iria variar de acordo com as horas que cada funcionário iria trabalhar. Os grupos que encontraram salários mensais seguiram um outro caminho: definiram uma quantidade de dias de trabalho por mês (a maioria, ao excluírem os finais de semana definiu 26 dias) e de horas por dia, organizando a razão entre salários mensais de cada cargo as horas de trabalho mensais, desvendando a grandeza oculta procurada: o valor da hora, que, nesse contexto, era um valor fixo - ou seja, lidavam, nesse sentido, com incógnitas.

Dessa forma, faz-se necessário pensar em relação aos objetivos que remetem aos conteúdos matemáticos que decidimos trabalhar nesse encontro, quanto aos conceitos de função, variável e incógnita. Em um entendimento de conhecimento como construto humano, histórico e cultural, gerado de movimentos lógico-históricos, defendemos que os conceitos, o que inclui o de função, podem ser apropriados por meio da compreensão de seus nexos, assim como defende Sousa e Moura (2019, p. 1083) "temos como pressuposto que o estudo da função, a partir de seus nexos conceituais, pode contribuir com a organização do ensino por parte dos professores de Matemática da Educação Básica".

Logo, ao analisar se os estudantes compreenderam a diferença entre variável e incógnita e se conseguiram reconhecer uma equação e uma função e diferenciá-las, intrinsecamente com a apropriação dos nexos internos dependência e interdependência, entendemos que houveram possibilidades de apropriação, porém, de noções específicas, e não do todo. É possível refletir sobre essa situação baseando-se, mais uma vez, nos registros dos estudantes, como na Figura 6.

Figura 6 – Resposta à pergunta 1 do registro[4]



Fonte: Arquivos do projeto.

Portanto, Sousa e Moura (2019, p. 1098) delinearam que os nexos possibilitam compreender as diversas variações que influem a nossa realidade. Após a leitura das respostas dos registros, é notório que alguns estudantes conseguiram entender substancialmente que a *equação não tem variável* e que a *função tem variável* ou até mesmo que a *função é quando está em função de um valor*. Não é possível afirmar, entretanto, que os conceitos de variável e incógnita foram, em essência, apropriados pelos sujeitos. Apesar de entendermos a distinção entre os movimentos dos grupos como acontecimento de grande potencial, principalmente para fomentar as discussões e reflexões conjuntas sobre a tarefa, entendemos que, dadas limitações da realidade concreta - como o tempo - e do planejamento (que não necessariamente, nos moldes em que estava, previa os caminhos que podiam ser seguidos) é preciso avaliar o encontro.

Considerações sobre a organização do encontro e da tarefa

Convidamos então o leitor, para refletir e conjecturar sobre o encontro. Pensando em hipóteses, deveríamos, na tarefa, delimitar

[4] Transcrição da figura 6: "Mais ou menos, agora eu sei mais e consigo definir melhor. Função é quando está em função de um valor enquanto equação tem um valor fixo não dependendo de nenhum valor", "Não. Agora sim. Equação não tem variável. Função tem variável".

com perguntas orientadoras, o sentido do movimento lógico para que os grupos, ao conversarem entre si, encontrem convergências resolvendo, assim, ao final, possíveis lacunas conceituais não previstas no planejamento como está? Ou devemos, no planejamento, prever a amplitude de compressões e movimentos distintos para a ampliação das discussões e vazão das diferentes perspectivas sobre os conceitos?

Entendemos - segundo o alicerce conceitual que partimos - o professor enquanto organizador do ensino, o que implica ser alguém que deve, para além de fazer escolhas, pensar sobre as condições objetivas para a realização de sua atividade e as implicações de suas escolhas. Perceba que a resposta à pergunta construída no tópico anterior e enunciada no parágrafo que antecede esse, reverbera em diversos aspectos da organização do encontro: tempo (que remete à disponibilidade da escola), reorganização dos momentos, a necessidade de avaliação quanto ao número de professores disponíveis para a realização das tarefas, entre outros aspectos que surgem.

Quanto ao tópico supracitado sobre quantidade de educadores, o CluMat Ensino Médio propõe que os professores não optem por realizar o descarte da tarefa em caso de uma quantidade reduzida ou, até mesmo, em casos que existe apenas um único professor em sala de aula, mas a reflexão e reconstrução, pautada no que já se tem e se conhece para uma reconstrução da prática. Destacamos a reflexão e reconstrução, pois acreditamos que esses, e muitos outros princípios, sejam basilares para a construção e evolução da nossa prática, que deve ser pensada e aprimorada ao longo da nossa trajetória, e não nos deixarmos enganar pela falsa sensação de que em algum determinado momento seremos professores completamente "prontos e acabados". Dessa forma, acreditamos que uma das formas que possibilitem tal feito é discutir, refletir e pensar essas questões juntos, toda a classe de professores, unidos em prol da educação dos seus estudantes.

Quanto à concretude da realidade, queremos (re)evidenciar nossa defesa de que a medida da totalidade dos objetos está na

confluência entre o lógico-histórico, ou seja, na conexão entre o singular à totalidade, entre os nexos internos e os nexos externos do conceito (Sousa, 2018), a totalidade de nossa prática, enquanto sujeitos em atividade de ensino está também na confluência entre o lógico-histórico, a totalidade e o singular, o Eu e o mundo. De nossas vivências construímos, então, pelos elos de nossas dependências, possibilidades de transformação de nosso ensinar. Nesse sentido, confiamos não só aos atuais e futuros integrantes do CluMat Ensino Médio a reflexão sobre a prática docente e, em especial, sobre essa tarefa, mas a todos àqueles que, quanto trabalhadores (da educação ou não) lerem esse capítulo.

Referências

ENGELS, F. *The Part played by Labour in the Transition from Ape to Man*. Disponível em: https://www.marxists.org/archive/marx/works/1876/part-labour-ape-man.htm. Acesso em: 18 jun. 2025.

LEONTIEV, A. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

MOURA, M. O. *A atividade de ensino como unidade formadora*. *Bolema*, São Paulo, ano II, n. 12, p. 29–43, 1996.

MOURA, M. O.; et al. *A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem*. In: MOURA, M. O. (Org.). *A atividade pedagógica na teoria histórico cultural*. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2016. p. 93–126.

OLIVEIRA, R. A. *A concepção de trabalho na filosofia do jovem Marx e suas implicações antropológicas*. *Kínesis - Revista de Estudos dos Pós-Graduandos em Filosofia*, Marília, SP, v. II, n. 3, p. 72–88, abr. 2010.

SOUSA, M. C. *O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática*. *Obutchénie: R. de Didat. E Psic. Pedag.*, Uberlândia, MG, v. 2, n. 1, p. 40–68, jan/abr. 2018.

SOUSA, M. C.; MOURA, M. O. *Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função*. *Ciênc. Educ.*, Bauru, v. 25, n. 4, p. 1081–1099, 2019.

CAPÍTULO 6: O LUCRO E SUAS RELAÇÕES ENTRE OS TIPOS DE VARIÁVEIS NA LEI DE FORMAÇÃO E O CAMPO DE VARIAÇÃO

Rafael Almeida Cândido
Lucas Secundino Honório Santos Jacó
Gabriella Rosa Pereira
Mayline Regina Silva

Os nexos conceituais na elaboração da tarefa

O estudo das funções é um passo importante na compreensão de como o mundo funciona, fornecendo uma estrutura conceitual básica para a compreensão das relações e padrões que existem na realidade. Além disso, essa compreensão tem impacto direto na vida dos estudantes, pois lhes fornece instrumentos importantes para lidar com os problemas do cotidiano e promove uma análise mais crítica e aguçada das habilidades de resolução de problemas. A riqueza de competências, vai além dos contextos acadêmicos e tem um impacto positivo na tomada de decisões dos estudantes e na sua capacidade de interpretar e interagir com o mundo que os rodeia.

Porém, devido à multiplicidade de fenômenos intrínsecos na ação dos professores, termina por levá-los a se aterem apenas aos fenômenos mais aparentes da educação escolar, tais como: "o pouco desempenho escolar dos estudantes, a formação incipiente dos professores, a falta de motivação para o estudo, a indisciplina e a violência nas escolas" (Moura, et al., 2010, p. 96).

A formação dos professores é um tema importante sobre a melhoria da qualidade do ensino. É crucial que os educadores adquiram uma compreensão profunda sobre o conteúdo que vão organizar. Nessa perspectiva, Cedro (2008, p. 55) destaca que:

> [...] a formação do professor é percebida como um processo de aprendizagem que é realizado por meio de uma atividade que pressupõe a apropriação de todo o saber universal inerente ao ser humano, e não somente a aprendizagem de procedimentos mecânicos, às vezes sem sentido, ou de reflexões esvaziadas de conteúdo.

Por isso, diante da complexidade inerente à educação escolar, é importante considerar uma transição para um ensino que vá para além do ensino tradicional.

Portanto, no terceiro encontro do Clube de Matemática Ensino Médio (CluMat Ensino Médio), denominado Eu sou ricaaaaa!!!!!!!!!!, propomos um momento centrado na coletividade e na exploração do nexo interno campo de variação. O encontro consiste em 6 momentos que objetivam evidenciar nexos como campo de variação e variáveis, bem como levantar discussões sobre como cada um desses nexos podem se relacionar uns com os outros e como essas relações podem influenciar no movimento expresso pela função.

O terceiro encontro recebeu tal nome, advindo de um *meme da internet*[1], pois trata de lucratividade, o que seria lucro, como o restaurante poderia ter lucro e como fazemos para calcular esse lucro, portanto os estudantes vão elaborar formas de como vamos calcular esse montante, e de que forma será mais eficaz para obtê-lo.

O campo de variação pode ser entendido como a extensão do conjunto de valores que uma variável pode assumir. Em outras palavras, é necessário considerar até que ponto faz sentido a variável assumir determinados valores, levando em conta os limites impostos pelas situações reais. Como descrito por Sousa e Moura (2008, p. 70),

[1] De acordo com o Google, meme da internet é um conteúdo humorístico ou satírico, como uma imagem, vídeo ou texto, que se espalha rapidamente e é intensamente compartilhado e modificado por usuários na internet, especialmente em redes sociais e fóruns.

> O conceito de variação compreende os conceitos de relatividade e de interdependência que na álgebra se traduzem pela dependência entre variáveis. A dependência está associada às premissas estabelecidas (Bohm, 1980; Caraça, 1998) que, por sua vez, estão associadas ao campo de variação, o qual nos auxilia a delimitar valores de mínimo e de máximo, presentes nos movimentos da vida.

Assim, ao explorar coletivamente o campo de variação, por meio de formulações de hipóteses, testando essas ideias e discutindo sua fundamentação e seus resultados, os estudantes terão a oportunidade de explorar os conceitos aprendidos dentro de uma situação proposta, destacando a importância da Matemática não apenas como uma disciplina isolada, mas como uma matéria que se relaciona com a realidade e com outras áreas do conhecimento. Desta forma, é importante ressaltar a abordagem da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) nos contextos educativos quando falamos de coletividade.

Desse modo, concebemos a produção do conhecimento como resultado do trabalho humano. Como tal, ela implica uma ação criadora, coletiva e reprodutora, na qual o homem, ao se apropriar da experiência social da humanidade, se humaniza, se desenvolve (Moura, Araújo, Serrão, 2019, p. 419). Ao se apropriar da experiência social da humanidade de maneira coletiva, os estudantes não apenas se desenvolvem intelectualmente, mas também contribuem para a construção de uma compreensão mais ampla e contextualizada da Matemática. Desta forma, o coletivo não só melhora a aprendizagem, mas também desempenha um papel central na educação dos estudantes que podem relacionar a matemática de forma significativa às suas vidas e a sociedade como um todo.

Ao estudar como desenvolver o conceito de função na sala de aula, de forma com que os educandos possam compreender seu conceito, é difícil se deparar com os nexos conceituais, que segundo Sousa e Moura (2019, p. 1082), são

> [...] os nexos conceituais (internos e externos) da Matemática são definidos como elos. São construídos historicamente e ligam os conceitos de várias formas, não necessariamente lineares. São definidos por historiadores, matemáticos, educadores matemáticos e professores que ensinam matemática, a partir de seus modos de ver e conceber os conceitos.

Assim, os nexos conceituais do conceito de funções, destacam-se: campo de variação, interdependência, variação, relações, movimentos irregulares e regulares, e representações.

Todos esses nexos são conceitos basilares para a construção do conceito de função, pois por meio de suas interações uns com os outros podemos observar o movimento expresso pelas funções e assim entendê-las integralmente, para tanto é imprescindível o entendimento e o domínio de todos para ter uma boa compreensão sobre funções. Vale ressaltar que os nexos internos e externos são diferentes, e segundo Sousa (2014, p. 65), "os nexos externos se limitam aos elementos perceptíveis do conceito enquanto os internos compõem o lógico-histórico do conceito. Os nexos externos ficam por conta da linguagem. São formais".

Compreendendo esse movimento essencial, dessa forma, nosso objetivo neste capítulo é dar ênfase nos nexos internos, mais especificamente campo de variação e variável por meio de tarefas de ensino que estimulem os estudantes a entenderem os conceitos e os observarem em seu cotidiano, diante das informações supracitadas, percebemos que alguns pontos se destacam durante o projeto. Essa ênfase acontece de forma espontânea, onde moldamos a realidade de forma a facilitar com que supramos as necessidades práticas e à interação dinâmica dos conceitos, tendo neste encontro em questão, um detalhamento maior no conceito do nexo interno campo de variação, mostrando como ele se dá no cotidiano dos estudantes.

Considerando essa perspectiva de ensino, a coletividade e a ênfase nos nexos internos emergem como pilares importantes para se abordar no ensino das funções, proporcionando compreensão e

aprendizagem mais significativas aos estudantes. No próximo tópico, será apresentada uma das tarefas que compõem o projeto que abrange todos os pressupostos discutidos anteriormente.

Descrição da tarefa

A formação dos professores é um tema importante sobre a melhoria da qualidade do ensino. É crucial que os educadores adquiram uma compreensão profunda sobre o conteúdo que vão organizar. Nessa perspectiva, o CluMat Ensino Médio, em seu terceiro encontro "Eu sou ricaaaaa!!!!!!!!!!", continuou a história do restaurante, que teve como problema central do encontro, calcular o lucro mensal do restaurante e trazer elementos do nexo conceitual campo de variação. Com isso, busca-se evidenciar uma educação mais humanizadora, que vai além dos conhecimentos técnicos, proporcionando uma compreensão maior do conceito trabalhado, integrado à realidade.

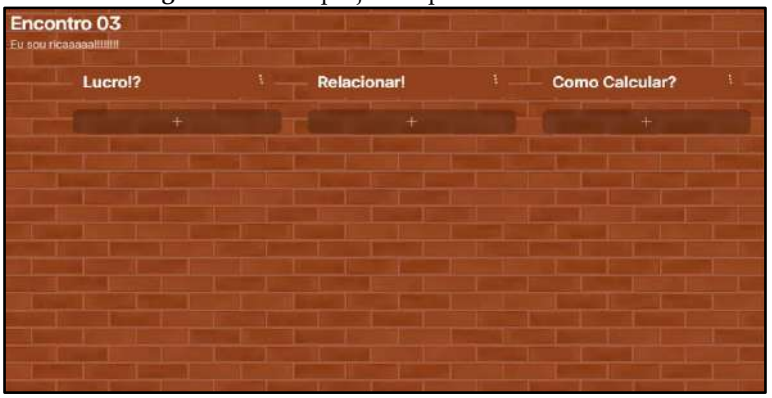
Norteados pelo objetivo de sistematizar uma lei de formação sobre lucro e discutir as relações entre os tipos de variáveis e o campo de variação, foi planejado o terceiro encontro que foi dividido em 5 momentos.

No primeiro momento, foi relembrado o encontro anterior com a turma toda, em que se discutiu o valor de cada salário dos funcionários do estabelecimento e o total de gastos com eles, para isso, ao decorrer dessa etapa, os professores juntamente com os estudantes, organizaram uma planilha no Excel, colocando valor por valor, auxiliando a visualização e compreensão desses dados.

No segundo momento, foi feita uma discussão para construir o caminho que nos levará a conseguir calcular o lucro que o restaurante poderá obter. Para isso, foi necessário organizar as ações para que os estudantes entendessem que existe uma relação entre os custos (salários, fornecedores e aluguel) e o valor total de vendas dos pratos (faturamento). O objetivo era descobrir o lucro, então foram feitas perguntas como "o que é lucro?", "Como as informações já definidas sobre os custos ajudam a pensar no lucro

do restaurante?" e "Como podemos calcular o lucro?". Essas perguntas foram feitas com o propósito de orientar o pensamento ao lucro, em que era necessário encontrar a diferença entre o valor total de pratos vendidos no mês e os custos mensais do restaurante, visando com que os estudantes respondessem sem receio de julgamentos por parte dos colegas, organizamos de tal forma que as perguntas ficaram expostas em um software chamado *padlet*, que possibilita respostas anônimas dos participantes.

Figura 1 – *Padlet* projetado para os estudantes.



Fonte: Arquivo do projeto.

As respostas foram coletadas via *Padlet*, que é uma plataforma em que é possível criar murais interativos e colaborativos, onde cada estudante pôde ler um *QR code* e colocar suas respostas de forma anônima que iam sendo projetadas no quadro. Durante esse momento, os professores mobilizaram os estudantes, por meio de suas respostas do *padlet*, a pensarem em tudo que seria necessário para a construção do lucro do restaurante, preparando-os para o próximo momento.

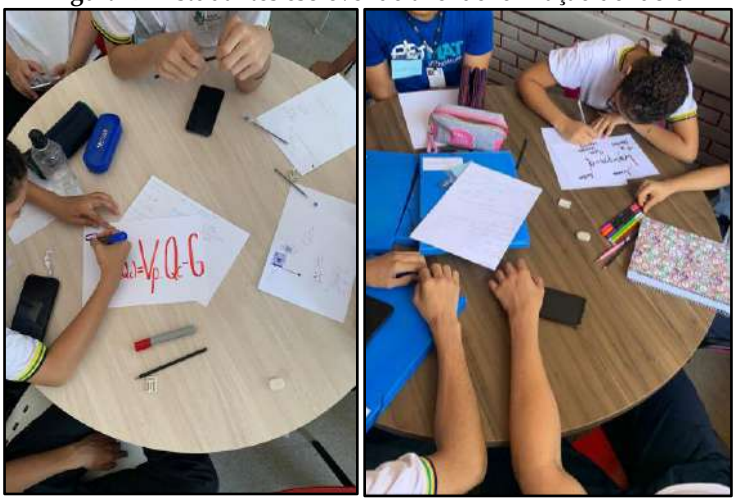
Posteriormente, no terceiro momento, os estudantes, com o objetivo de formalizar uma função para calcular o lucro, relacionado aos elementos discutidos no momento anterior, foram divididos em pequenos grupos, com o propósito de fazer com que todos participassem mais das discussões e expusessem seus pontos

de vista. Foi entregue uma cartolina para que pudessem representar essa lei de formação da forma como quisessem. Uma das possíveis respostas esperadas seria a seguinte formalização: $\boldsymbol{L(x) = Px - C;}$ em que $L(x)$ seria o lucro em função do número de pratos vendidos, P o valor de prato em reais e C os custos mensais do restaurante.

No momento seguinte, com o objetivo de promover o debate a partir das formulações feitas, a turma, que já estava dividida em quatro grupos, juntou-se novamente, unindo dois grupos em um, resultando em apenas dois grupos. Dessa forma, cada novo grupo combinou as ideias dos dois grupos originais para esquematizar uma nova lei de formação que integrasse as diferentes abordagens para calcular o lucro.

Esse momento possibilitou com que os educandos compartilhassem suas formas de representar as variáveis na lei de formação da função, onde alguns apresentaram apenas símbolos como na álgebra sincopada, outros por meio de palavras como na álgebra retórica, o que evidenciou o movimento histórico desse conceito e suas diferentes maneiras de representações.

Figura 2 – Estudantes escrevendo a lei de formação do lucro



Fonte: Arquivo do projeto.

Por fim, para promover o pensamento democrático e a coletividade, foi organizado um momento de discussão, no qual toda a turma pôde votar e defender as últimas leis de formação do lucro criadas pelos grupos, utilizando argumentos lógicos para convencer os demais, de que aquela era uma boa representação. Este momento foi crucial para que os estudantes pudessem se organizar coletivamente e desenvolver habilidades para o convencimento mútuo e compreender que todos são indivíduos social e culturalmente únicos, com diferentes formas de pensar.

Durante a votação, os professores responsáveis organizaram o momento fazendo uma série de perguntas aos estudantes, uma a uma, de modo que cada grupo pudesse expressar seus argumentos e tentar convencer a turma a votar em sua proposta de lei. Após a escolha da generalização do lucro do restaurante, passamos para uma etapa que exigia maior atenção e concentração. Considerando a função lucro e os gastos do restaurante, decidimos qual seria o valor do prato a ser vendido. Para isso, selecionamos possíveis valores para o prato e verificamos se haveria lucro ou não. Houve também um cálculo relacionado aos fornecedores, cujo gasto havia sido estimado para uma certa quantidade de pratos mensais, mas como ultrapassamos essa quantidade, foi necessário ajustar esse valor nos gastos.

Assim, ao final, após definir a função lucro e o valor do prato que geraria lucro, entregamos aos estudantes uma folha com uma série de questões relacionadas com os conteúdos do encontro em questão, que chamamos de registro, para compreender melhor as suas compreensões no processo que estavam envolvidos, o presente registro dispõe das seguintes perguntas:

1. O que foi considerado no momento da definição do preço final do combo de cada refeição?

2. O valor estipulado foi suficiente para a quantidade de refeições e o custo total inicial? Por quê?

3. Houve alguma mudança em relação às variáveis? Se sim, qual(is)? Se não, o que foi definido?

4. Quais grandezas estavam relacionadas entre si? Isto é, o que dependia de que?

5. Qual o mínimo de refeições deve ser vendido, no preço estipulado pela turma, para que haja lucro?

6. Qual o número máximo de refeições que podem ser vendidas pelo restaurante?

Para responder esse registro, os docentes liam as perguntas e explicavam detalhadamente, para que os estudantes pudessem entender os questionamentos e conseguirem responder de forma a expressar o que realmente entenderam e sentiram sobre o encontro.

Análise do encontro

Quando pensamos em coletividade, temos em mente a interação e a organização entre indivíduos para trabalharem juntos, visando um objetivo comum, pois "por meio da coletividade, o homem torna-se capaz de produzir sentido, capaz de relacionar os motivos da atividade aos objetos das ações realizadas e aos objetivos que se pretende" (Silva, p.63, 2019).

Isso se torna possível, pois a coletividade envolve diversos elementos como o diálogo, a participação ativa e, fundamentalmente, a colaboração. A coletividade na sala de aula é essencial para criar um ambiente onde os estudantes se sintam valorizados e parte integrante do processo educacional, promovendo um movimento contínuo de construção e apropriação do conhecimento historicamente construído.

> A atividade deve manter uma dinâmica que permita a interação dos vários conhecimentos individuais com o objetivo de aprofundar cada vez mais os conceitos em jogo. Ela deverá permitir tornar coletivo aqueles conhecimentos adquiridos pelos vários sujeitos em suas realidades sociais específicas, de modo que todos possam perceber o conhecimento como um bem comum e mais útil quando assumido coletivamente como conjunto de saberes que permite leitura e intervenção objetiva nas naturezas física e social (Moura, p. 87, 1997).

Essa perspectiva reforça que a coletividade transcende a mera colaboração individual, configurando-se como um processo dinâmico que transforma os saberes particulares em patrimônio coletivo. Um exemplo marcante da potência da coletividade em nosso projeto foi a discussão e a definição da lei de formação do lucro do restaurante. Esse momento, em particular, evidenciou a capacidade do grupo de, por meio do diálogo e da colaboração, construir um entendimento aprofundado do problema, compartilhando ideias sobre a melhor forma de representar a função lucro, definindo quais letras usar, apresentando argumentos e mostrando o processo de convencimento de suas ideias, superando assim as complexidades individuais.

A dinâmica da aula, ao longo do terceiro momento, foi organizada de forma a permitir que os estudantes discutissem a função lucro e expressassem suas opiniões, promovendo a interação entre os conhecimentos individuais e coletivos. Assim, além de melhorar a compreensão teórica, essa abordagem metodológica valoriza a experiência prática dos estudantes.

A relevância de explorar os conceitos matemáticos a partir de suas conexões históricas e lógicas é fundamental para que os estudantes desenvolvam uma compreensão mais profunda. Conforme Sousa e Moura (2019, p. 1081) destacam que,

> as vertentes historiográficas da História da Matemática abordam a história do conhecimento dos conceitos matemáticos, permitindo que os professores delineiam alguns nexos conceituais (internos e externos) que compõem os conceitos, como movimentos irregulares e regulares, interdependência, variação, campo de variação, relações e representações.

Essa reflexão sobre a historicidade dos conceitos matemáticos é essencial para a construção de conhecimento, pois essa reflexão nos possibilita transformar o pensamento empírico em pensamento teórico sobre o conceito, por meio da essência deste, o que permite aos estudantes perceberem como o conhecimento matemático

emerge das necessidades humanas e da *práxis* social. Nesse processo, os estudantes contribuem com seus conhecimentos e experiências, enriquecendo o aprendizado coletivo e consolidando um saber que não é apenas empírico, mas que se manifesta na capacidade de analisar e intervir na realidade.

Nesse primeiro momento de debate sobre o problema do restaurante, realizado no *Padlet*, a questão inicial proposta foi: "O que é lucro?". Com essa pergunta, buscamos identificar quais conceitos e formas de respostas surgem a partir das experiências prévias dos estudantes, valorizando seus conhecimentos iniciais como ponto de partida para a construção de novos saberes. Algumas das respostas obtidas foram:

Quadro 1 – Respostas dos Estudantes

Estudante 01: Lucro, é nada mais nada menos que... Você investir o seu dinheiro em algum fundo, e acabar, no final das contas, recebendo mais dinheiro no final das contas. Por exemplo: comprar uma caixinha de paçoca com 50 unidades por 25 reais, e vender cada paçoca por 1 real. Dessa forma, ganhando 50 reais, no final das contas. Você, dessa forma, tem 25 reais de lucro (dinheiro a mais). **Estudante 02:** Para mim lucro é uma forma de gastar dinheiro e depois ter retorno em dobro, por exemplo: comprar imóveis e colocar para vender mais caro. **Estudante 03:** Lucro pra mim, é ganhar dinheiro, tipo quando as empresas fazem parcerias, essas parcerias têm o objetivo de ganhar mais dinheiro, ou seja, ter mais lucro. **Estudante 04:** Lucro é aquilo que beneficia a pessoa com aquilo que ela conquistou ou conseguiu fazer uma venda boa para aquela outra pessoa.

Fonte: Arquivos do projeto.

Tendo em vista a resposta do primeiro estudante podemos ver que ele relaciona o valor inicial do investimento inicial, ou seja o capital, com o valor final, o montante, caso o montante seja maior que o capital investido a pessoa obteve lucro, o que expressa uma compreensão ainda que não muito profunda do que seria lucro.

Ao lermos as demais respostas podemos perceber que os estudantes ressaltam a existência de duas variáveis que compõem o lucro, o valor investido e o valor final, além de uma relação entre elas que pode ser entendida da seguinte forma, se o valor inicial for maior que o final a situação será lucrativa para o envolvido.

Como ressaltamos no quadro 1, os estudantes recorrem às suas experiências e realidades para estruturar suas respostas e justificar de onde vem o lucro em cada situação. Essa abordagem, que parte do conhecimento prévio do estudante, é fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático. Segundo Sousa (2009), o movimento lógico-histórico, na sala de aula, auxilia tanto o professor, quanto os discentes a explorar a essência dos conceitos a partir de suas próprias definições e experiências, permitindo a apropriação do saber e sua contextualização.

Ao abordar a segunda pergunta – "Como as informações já definidas sobre os custos ajudam a pensar no lucro do restaurante?" – notamos uma dificuldade inicial em articular o propósito da questão. Contudo, o objetivo principal era estabelecer uma relação objetiva entre os custos previamente definidos (como gastos com local, cozinha, equipamentos no salão, fornecedores e salário da equipe) e a possibilidade de um lucro para o nosso restaurante. Essa conexão era essencial para que os estudantes compreendessem a interdependência entre as variáveis econômicas e a função lucro, avançando na construção de um modelo matemático mais completo. Algumas das respostas obtidas foram:

Quadro 2 – Respostas dos Estudantes

Estudante 01: O quanto gasta de materiais (fornecimento) e salários a pagar, precisa ser menor do que ganha, afinal se você gastar muito o lucro será baixo. **Estudante 02:** A questão do local, o aluguel pode impactar significativamente nosso lucro. A questão também dos salários dos funcionários. **Estudante 03:** Depende dos clientes, pois quanto mais clientes mais lucro. Deve também ter bastante respeito e educação. **Estudante 04:** Impacta porque no começo do investimento não há lucro só há gastos.

Fonte: Arquivos do projeto.

Nesse momento do encontro, o campo de variação tornou-se evidente ao observarmos como diferentes valores e suas interdependências influenciavam a função lucro, como é apresentado por meio do quadro 2. As respostas fornecidas pelos estudantes revelaram uma compreensão inicial da relação

fundamental entre custos e lucros. A maioria reconheceu que controlar os custos é essencial para obter lucro, mencionando questões como salários, aluguel e materiais.

Embora a compreensão inicial dos estudantes fosse adequada, a análise detalhada de como cada componente de custo afeta o lucro, infelizmente, ocorreu de forma superficial em sala de aula. Essa foi uma oportunidade não totalmente aproveitada para desenvolver de modo mais efetivo o campo de variação da função — entendido como o nexo interno que expressa a amplitude dos valores que a função pode assumir em relação às variações de suas variáveis, o que seria fundamental para uma compreensão mais abrangente do conceito de função lucro e seus limites.

Para finalizar a discussão, propusemos a última pergunta: "Como podemos calcular o lucro?" As respostas que surgiram incluíram as seguintes:

Quadro 3 – Respostas relacionadas ao lucro

Estudante 01: É resumidamente ganho - gastos, mas para que seja possível a obtenção de um lucro, os ganhos devem ser maiores que os gastos. Caso contrário, invés de lucro, seria prejuízo. **Estudante 02:** Ganhos - gastos. **Estudante 03:** Ganhos - Gastos = Lucro.

Fonte: Arquivos do projeto.

Com essas respostas obtidas no quadro 3, é possível perceber que pelo estudante 01 é dada uma explicação mais detalhada, que afirma que a combinação "ganhos-gastos" leva ao lucro e enfatiza que os ganhos devem ser superiores aos gastos para que haja lucro e caso contrário, o resultado será uma perda. Esta resposta mostra uma compreensão mais abrangente do conceito, incluindo a relação inversa que, quando os gastos superam os ganhos, resulta em prejuízo. Uma compreensão prática e realista que reflete a ênfase na necessidade de ganhos superiores aos gastos.

Ao decorrer desta etapa do encontro, cabe destacar que a utilização do *software Padlet* foi importante para manter toda a dinâmica de perguntas e as respostas dos estudantes bem fluídas,

pois exibia simultaneamente as perguntas que fizemos com as respostas dos discentes, facilitando o funcionamento da dinâmica, como mostra a figura 3.

Figura 3 – Padlet respondido pelos estudantes.



Fonte: Arquivos do projeto.

Além disso, as respostas restantes, mesmo que diretas, mostram uma compreensão correta da pergunta e uma profunda familiaridade com o assunto. Portanto, havia indício que estavam preparados para investigar e criar soluções mais amplas, podendo partir assim para o próximo momento da aula.

Em seguida, a divisão em pequenos grupos para formulação das leis de formação do lucro e, posteriormente, a união em grupos maiores permitiu a partilha de ideias, levando a um consenso sobre a lei de formação do lucro. As discussões e votações mostraram o quanto é importante pensar de forma democrática, ouvir e considerar as opiniões dos outros, segundo Moura, Araujo e Serrão (2019, p. 421)

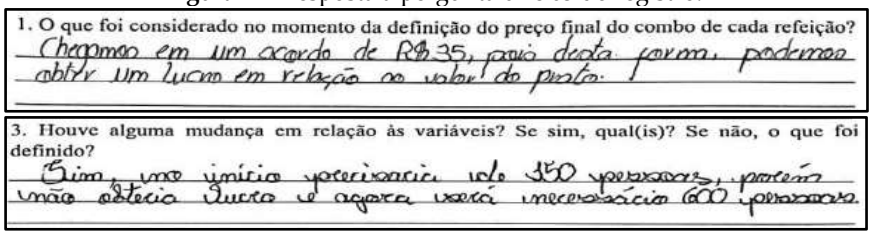
> Os fundamentos teórico-metodológicos da AOE, [...], são indicadores de um modo de organização do ensino para que a escola cumpra sua função principal, que é possibilitar a apropriação dos conhecimentos teóricos pelos estudantes e o desenvolvimento de suas personalidades.

Este processo não apenas consolidou o entendimento coletivo sobre a teoria abordada, mas também evidenciou a individualidade de cada estudante, mostrando que cada um possui uma forma de pensar diferente, reafirmando o valor da interação e da troca de experiências no ambiente educacional.

Após a tomada de decisões sobre a função do lucro e a definição do preço do prato que seria vendido em combos[2], é fundamental analisar o entendimento dos estudantes durante o processo de discussão. Devemos observar como eles se integraram e participaram ativamente desse processo, contribuindo para a formulação das estratégias de precificação e lucro.

A figura 4 a seguir, mostra uma análise, por meio do registro, de alguns aspectos da participação e do entendimento dos estudantes sobre a tarefa.

Figura 4[3] - Resposta à pergunta 01 e 03 do registro.


1. O que foi considerado no momento da definição do preço final do combo de cada refeição?
Chegamos em um acordo de R$35, pois desta forma, podemos obter um lucro em relação ao valor do prato.

3. Houve alguma mudança em relação às variáveis? Se sim, qual(is)? Se não, o que foi definido?
Sim, no início precisaria de 150 pessoas, porém não obteria lucro e agora será necessários 600 pessoas.

Fonte: Arquivos do projeto.

É possível perceber por meio da figura 4, que a ideia de lucro ficou perceptível para os estudantes, que demonstraram envolvimento nas discussões. Eles justificaram o valor do prato, explicando que a escolha desse preço foi para evitar prejuízos. Além disso, tomaram o cuidado de não definir um valor muito elevado,

[2] O combo é composto por uma refeição, uma bebida e uma sobremesa e foi uma solução que os estudantes encontraram para que justificasse o preço dos itens do cardápio do restaurante.

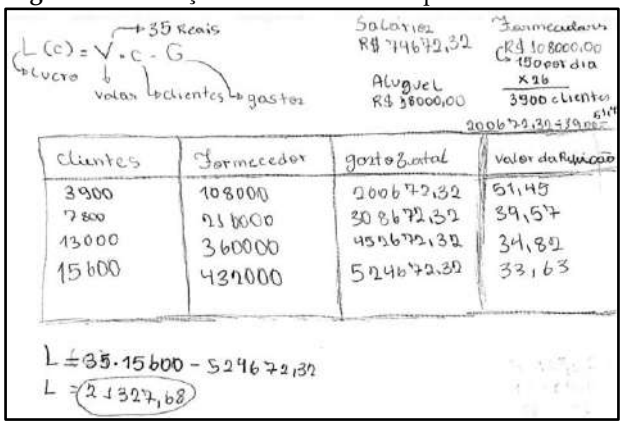
[3] Transcrição figura 04 primeira resposta: "Chegamos em um acordo de R$35, pois desta forma podemos obter um lucro em relação ao valor do prato", segunda resposta: "Sim no início precisaria de 150 pessoas, porém não obteria lucro e agora serão necessárias 600 pessoas".

considerando a localização do restaurante na Rua 44, em Goiânia, pois é uma rua no centro comercial da cidade, onde existem diversas feiras, pequenas lojas e muitos trabalhadores, que infelizmente não recebem valor proporcional a seu esforço. Dessa forma, trabalharam também o conceito de campo de variação, ao apontar que a quantidade de pessoas pensada no primeiro encontro não era suficiente para ganhar lucro, e que seria preciso aumentar a capacidade do restaurante para atender a nova quantidade, porém, refletiram que fazia sentido atender 600 pessoas por se tratar de um restaurante de 2 andares.

Esse movimento evidencia a relação dos estudantes e da tarefa com o conceito de campo de variação, pois quando perceberam a realidade que tinha sido imposta naquela situação, sentiram a necessidade de moldar o campo de variação para que pudessem ter lucro com o restaurante, o que sugere que os estudantes perceberam ainda que levemente o movimento e o limite impostos pelo campo de variação.

Além dos registros, distribuímos para as discentes, folhas de papel A4 em branco para coletarmos, a fim de fazermos análises acerca de todo o percurso trilhado pelos estudantes que os levaram a chegar em seus resultados, além de outros elementos da tarefa que possam ter despertado o interesse do estudante para fazer anotações sobre.

Figura 5 – Anotações sobre a aula feita por um estudante.



Fonte: Arquivos do projeto.

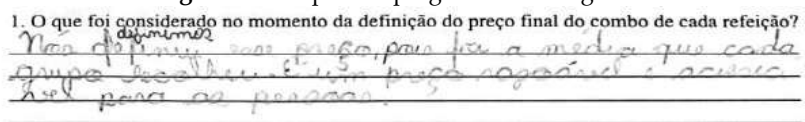
Como exposto na resposta do estudante, ele destaca quais seriam as variáveis e quais seriam as partes fixas da nossa lei de formação, e apresenta uma tabela que indica o movimento da função quando se aumenta a quantidade de clientes do restaurante e a relação da quantidade de clientes com o valor que será gasto com os fornecedores para abastecerem o estabelecimento.

Além disso, é notável que neste encontro houve um envolvimento significativo dos estudantes. Muitos compartilharam suas opiniões e discutiram suas ideias ao longo da aula. Mesmo no último momento, em que já estavam mais cansados por causa das discussões e das tarefas propostas, os estudantes continuaram ativos e engajados. Eles se mantiveram atentos ao que estava sendo discutido e fizeram anotações sobre o que foi apresentado, demonstrando interesse contínuo no desenvolvimento do projeto.

Ademais, ao longo dos momentos, os professores indagaram bastante os estudantes sobre quais seriam as variáveis presentes no nosso problema e como elas podem se relacionar entre si e com a lei de formação, como seus possíveis valores e suas variações podem afetar nosso lucro e como se comporta a lei de formação com essas mudanças. Fato esse que acarretou discussões que não só evidenciaram os nexos pensados nesse encontro, mas também de certa forma uniram os nexos abordados nas tarefas anteriores, como variação e fluência.

Finalizando a nossa participação, os discentes começaram a responder o registro proposto para esse encontro, que dispunha de algumas questões que tencionavam os estudantes para expressarem os argumentos e conclusões das discussões abordadas durante o decorrer das tarefas.

Figura 6[4] - Resposta à pergunta 01 do registro



Fonte: Arquivos do projeto.

[4] Transcrição figura 06 "Nós definimos esse preço, pois foi a média que cada grupo escolheu. É um preço razoável e acessível para as pessoas"

A imagem expressa acima, indica uma discussão iniciada pelos discentes que desencadeou em um compartilhamento de ideias bastante fértil, o estudante em sua resposta diz: "Nós definimos esse preço, pois foi a média que cada grupo escolheu. É um preço razoável e acessível para as pessoas.". O debate gerado na turma foi sobre ter um preço alto para lucrar mais ou ter um preço acessível para todos poderem comer. Alguns grupos tinham aderido à ideia de lucrar mais, porém, outros optaram por tornar-se de fácil acesso, visto o ocorrido, os próprios estudantes decidiram fazer uma média, envolvendo os preços de todos os grupos, a fim de chegar em uma taxa que todos da classe concordavam.

A partir desse movimento dos estudantes, conseguimos notar que para além de se preocuparem com as situações cotidianas evidenciadas na criação do restaurante, não deixaram com que as soluções para os problemas propostos ainda que os mais simples fizessem sentido matematicamente, por meio de discussões e levantamento de ideias os estudantes trouxeram um conceito matemático além de função para solucionar o problema que se depararam.

Com isso, percebemos também que cada vez mais os estudantes tinham espaço para compartilharem suas ideias pois se pensassem juntos conseguiram resolver as situações de forma exitosa e favorável, do ponto de vista de um projeto de restaurante sólido e do ponto de vista matemático

De acordo com o que observamos, infere-se que, a coletividade permeou toda a realização da tarefa, desde os momentos de atividades em grupo, até momentos de discussões e tomadas de decisões, os estudantes sempre estavam levando em conta as opiniões dos outros colegas, e se movimentando para que chegassem em uma decisão final que fosse de consenso a todos integrantes.

Moura, Araújo, Ribeiro, Panossian e Moretti (2010 p. 103) irão nos dizer que "os sujeitos, mobilizados a partir do movimento de desenvolvimento da situação desencadeadora, interagem com os outros segundo as suas potencialidades e visam chegar a outro nível de compreensão do conceito em movimento.", por isso, podemos refletir que este processo evidenciou não apenas o

comprometimento dos participantes, mas também a eficácia da abordagem colaborativa na construção do conhecimento e como essa colaboração desencadeou as ações do encontro e escolhas cruciais para o restaurante.

Compreensões acerca do movimento da tarefa

Com esse capítulo, nós voltamos para o encontro 3: Eu tô ricaaaaa!!!, em que os estudantes teriam que estipular o preço que seria cobrado por cada refeição no restaurante e encontrar uma forma de calcular o lucro obtido pelo restaurante relacionando todas as variáveis, que nesse caso seriam, suas despesas e ganhos, bem como a quantidade de clientes mensais que o estabelecimento vai receber, e também relacionar esse lucro com os possíveis valores dos pratos e da quantidade de clientes, indicando valores plausíveis para o projeto.

Tendo como objetivo sistematizar uma lei de formação que explicite uma forma de calcular o lucro e discutir as relações entre os tipos de variáveis presentes nessa lei de formação e o campo de variação imposto sobre tal, podemos inferir que a as propostas realizadas mobilizaram os estudantes a discutir e pôr em prática ideias que os ajudassem a resolver o problema proposto, o que ressaltou como a coletividade é motor motriz para alcançar um objetivo de forma conjunta.

Ao decorrer do encontro pudemos observar dos estudantes vontade de não só resolver o problema de forma assertiva matematicamente, mas também de forma que faria sentido para a história e o projeto da criação do restaurante, o que pode mostrar certo envolvimento dos docentes para com a narrativa construída com todos os integrantes.

Após a realização das tarefas planejadas a equipe sentiu grande potencial nesse encontro para evidenciar que a elaboração coletiva de ideias pode ser uma opção viável para sanar problemas de forma exitosa, mas não só no imaginário dos clubistas, essa tarefa possibilitou com que discussões sobre nexos como campo de variação

e variáveis fossem surgindo de forma natural, o que pode ter facilitado na compreensão dos estudantes dos conceitos trabalhados.

Porém, observamos também que apenas o comércio local pode não ser o suficiente para a expansão do estabelecimento, e que conforme formos crescendo, podemos ou aumentar os preços e aumentar nosso lucro, ou baixá-los para tornar o restaurante mais acessível para a classe trabalhadora e manter nosso lucro, mas para que esse crescimento ocorra, devemos fazer com que o restaurante seja conhecido em uma área maior, em outros bairros, outros setores e quem sabe até outras cidades, mas como podemos fazer isso?

Referências

CEDRO, W. L. *O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de Matemática: uma perspectiva histórico-cultural*. 2008. 242 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

MOURA, M. O.; ARAÚJO, E. S.; MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L.; RIBEIRO, F. D. *Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem*. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205–229, jan./abr. 2010.

MOURA, M. O.; ARAÚJO, E. S.; SERRÃO, M. I. B. *Atividade Orientadora De Ensino: Fundamentos*. *Linhas Crít.*, 2019, v. 24, e19817.

SANTOS, A. L.; SOUSA, M. C. *Nexos conceituais da medida: contribuição na formação de professores que ensinam matemática na educação básica*. In: *Formação de Professores da Educação em Ciências e Matemática em Pesquisa: perspectivas e tendências - Volume 2*, p. 164–171, 2022.

SILVA, M. R. *Conhecimento matemático e suas significações: professores de matemática em formação inicial no Clube de Matemática*. 2019. 171 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em

Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2019.

SOUSA, M. C. *Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica*. *Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro (SP), v. 22, n. 32, p. 83–99, 2009. Disponível em: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=29122 1889006. Acesso em: 08 jul. 2024.

SOUSA, M. C.; MOURA, A. R. L. *Dando movimento ao pensamento algébrico*. *Zetetiké*, Cempem – FE – Unicamp, v. 11, n. 19, p. 63–80, 2008.

SOUSA, M. C.; MOURA, M. O. *Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função*. *Ciênc. Educ.*, Bauru, v. 25, n. 4, p. 1081–1099, 2019.

CAPÍTULO 7: UMA PROPOSTA DE GENERALIZAÇÃO PARA O SISTEMA DE ENTREGAS DO RESTAURANTE: POSSIBILIDADES PARA O ESTUDO DO NEXO INTERNO CAMPO DE VARIAÇÃO

Mayline Regina Silva
Júls Martins da Conceição
Rebeka Guimarães Reis
Rodrigo Guimarães Araújo

A função do entregador

Este capítulo relata uma discussão acerca do encontro 4 do material produzido pelo projeto Clube de Matemática Ensino Médio (CluMat Ensino Médio), acerca do conceito de funções. O mesmo foi intitulado "OUUUU Ó O LANCHE, UAI!!!!!!!!", esse título escolhido faz referência a uma representação que viralizou na internet, que mostra um entregador de aplicativo atendendo a um pedido, em que o cliente demora para ir até o trabalhador. Essa escolha foi definida por estar envolvida no ambiente cultural e social dos adolescentes participantes do projeto. Com a situação retratada, o intuito principal do encontro foi criar modos para generalizar os meios e valores de entregas do restaurante.

Esse encontro foi elaborado para sistematizar leis de formação para o sistema de entrega do restaurante, intuindo noções dos conceitos de domínio, imagem e contradomínio e campo de variação. Essas ideias são importantes dentro do movimento lógico-histórico da constituição do conceito de função por serem formas de sínteses que generalizam movimentos do cotidiano (KLEIN; LOPES; POZEBON, 2024).

Delimitar estratégias de rotas e os custos para entregas permeiam tanto os objetivos da história virtual do restaurante, como a necessidade lógica de generalização da função, por meio da lei de formação e suas

estruturas. Nesse contexto, a lei de formação e suas estruturas compõem nexos externos do conceito, que estão interconectados com um nexo interno definido por campo de variação.

O campo de variação é um dos nexos internos do conceito de função que está diretamente relacionado à variável numérica que se estabelece em cada situação generalizada de forma algébrica, pelos movimentos regulares da vida, como afirmado por Moura e Souza (2005). Compreender esse nexo, em especial, contribui para a análise dos conjuntos domínio, contradomínio e imagem de uma função, já que estes fazem parte dos nexos externos desse conceito, por representarem as sínteses lógicas das generalizações.

O campo de variação promove ações para interpretar e prever a realidade, por meio de projeção de um quadro ordenado e explicativo. Assim, compreender a função não se restringe a manipular fórmulas, mas sim a utilizá-la como uma ferramenta analítica que possibilita descrever e entender as relações entre variáveis e fenômenos do mundo físico e social. Pois, de acordo com Sousa e outros (2014, p. 122), "Só há sentido em mencionar a palavra variável, a partir do momento em que se considere campo numérico. [...] a existência da variável, necessariamente, está relacionada ou associada a um determinado campo de variação".

Nesse sentido, Caraça (1951) complementa que, é "a regularidade da evolução de um isolado, sendo que este termo denominado fenômeno natural, ou seja, a Lei Natural é a regularidade dos fenômenos naturais, que se manifestam pela alteração das qualidades dos componentes (essência) do isolado". O autor define os fenômenos naturais como sendo a própria realidade e esta, por sua vez, tem a interdependência e a fluência (transformação) como características fundamentais, que também estão presentes no conceito de função.

Além disso, consideramos que os nexos conceituais internos e externos da função podem contribuir com a relação entre os pensamentos aritmético, algébrico e geométrico que são representados pelos movimentos da vida (irregulares e regulares), fluência, dependência interdependência, variável, campo de

variação, relação, conjunto e representação. Tornando o conhecimento fluido, significativo e vivo no processo de aprendizagem da Matemática, pela articulação entre as necessidades históricas de constituição conceitual e o movimento lógico do processo de sistematização.

Em síntese, de acordo com Sousa e Moura (2019, p. 1098), os nexos do conceito de função contribuem para analisar e compreender movimentos regulares e irregulares da vida; elaborar leis de formação que regem os movimentos regulares da vida; compreender instrumentos de leitura e diversas variações que insistem em dominar a nossa realidade, seja ela científica ou não; e pensar cientificamente, de forma a elaborarmos pensamento teórico sobre a realidade que nos cerca.

Descrição da tarefa: OUUUU Ó O LANCHE, UAI!!!!!!!!

O encontro 4 foi pensado para debater a relações entre os nexos internos, campo de variação, e externos, lei de formação, domínio, contradomínio e imagem. Cujo objetivo central foi sistematizar leis de formação para o sistema de entregas do restaurante e intuir noções dos conceitos de domínio, imagem e contradomínio e campo de variação.

A aula teve duração de 2 horas e 10 minutos, sendo dividida em 6 momentos, sendo eles: retomada ao encontro anterior para dar sentido à continuidade da proposta; apresentação do vídeo produzido pelos professores com a intenção de mostrar o problema desencadeador daquele momento; articulação da generalização com relação entre distâncias e valores cobrados pelas entregas; após a sistematização da lei geral que determina a função, tratamento de casos particulares; apresentação dos grupos referente às soluções dos casos particulares; e por último, roda de conversa com objetivo de síntese do encontro.

O primeiro momento retoma ao encontro anterior para dar sentido à continuidade da proposta: foi relembrado o encontro anterior com a turma toda, em que foi discutida a função lucro.

Dois estudantes foram à frente da turma e mostraram a função organizada no encontro anterior.

No segundo momento, apresentação do vídeo produzido pelos professores com a intenção de mostrar o problema desencadeador daquele momento: com a turma reunida, propomos o próximo problema apresentado em vídeo, com uma história sobre as entregas do restaurante. Neste momento, interagimos de modo que os estudantes perceberam as relações entre parcerias com entregadores, distância, valores da entrega, gastos com o veículo e seguro de vida. Definimos também se o restaurante iria lucrar com as entregas ou seria apenas para o pagamento das parcerias e seguro de vida dos entregadores.

A figura 1, mostra o enredo da história contada aos estudantes, por meio de um vídeo ilustrado pelos professores, como mostram os recortes do mesmo, na figura 2.

Figura 1 – As entregas do restaurante

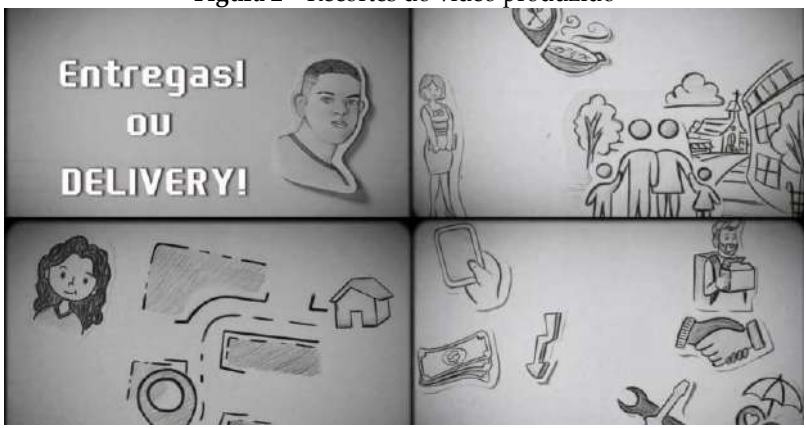
Em um certo dia, uma funcionária chegou com a seguinte situação para seus colegas: ela queria muito que a sua família, sua esposa e seus filhos, e as pessoas do bairro onde mora desde criança, tivessem a oportunidade de experimentar a deliciosa comida que faziam ali no restaurante. Mas, apesar de ser um bairro vizinho, era muito longe para ir a pé ou, até mesmo, de bicicleta. Tendo isso em mente, eles comunicaram a mais nova demanda aos investidores: ENTREGAS! ou, do inglês, *DELIVERY!*

Os investidores deram, então, a missão para que os funcionários pensassem e investigassem algumas situações:

- Não compensaria entrar num sistema de aplicativos, pois não seria financeiramente vantajoso. Então vamos, na verdade, fazer uma parceria com um entregador que receberá um valor por dia e por cada entrega. Além disso, vamos pagar um seguro de vida e, quando o restaurante estiver melhor estabelecido, vamos contratar o entregador. Temos que pensar, também, nos gastos com a manutenção do veículo. Quanto será que seria isso?
- Temos que definir também se queremos lucrar com as entregas ou apenas expandir nosso negócio, recebendo apenas o valor dos pratos mais um valor que pague o nosso sistema de entregas
- E as rotas? Até onde entregaremos? Vai ter uma distância até onde a taxa será fixa?

Fonte: As autoras.

Figura 2 – Recortes do vídeo produzido



Fonte: Arquivos do projeto.

No terceiro momento, articulação da generalização com relação entre distâncias e valores cobrados pelas entregas: foi definida, uma lei de formação que relaciona a distância e o valor final da entrega de cada pedido. Para isso, os estudantes foram mobilizados a discutir as possibilidades de entrega em um raio de distância, a partir do mapa de Goiânia que foi apresentado em duas formas, impressa e com o suporte do *Google Maps*[1]. Definido o raio, discutimos a taxa fixa, essa taxa foi composta pelo seguro de vida para o entregador que custa R$ 40 mensal, portanto, 0,08 centavos por entrega (considerando uma média de 20 entregas diárias por entregador) + manutenção do veículo que custa 0,12 centavos por entrega + R$ 3,00 de taxa de entrega fixa. A parte variável da função *valor de entrega* dependia da distância em quilômetros. Além disso, utilizamos a lei de formação para explicar domínio, contradomínio e imagem. A expectativa era chegarmos a uma lei de formação próxima às relações estabelecidas, como: valor (distância) = 3,00 + (0,08 + 0,12+ 0,20) + 0,15 . (2 . distância em km) ou valor (distância) = 3,40 + 0,15 . (2 . distância em km).

[1] "Serviço de mapeamento digital e navegação por satélite desenvolvido pela empresa Google."

As imagens a seguir representam o momento citado, em meio às discussões realizadas com a turma.

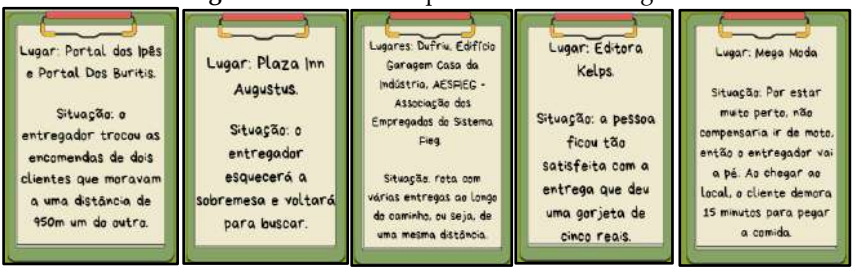
Figura 3 – Ddiscussão sobre o raio e o consenso da turma



Fonte: Arquivos do projeto.

Para o quarto momento, após a sistematização da lei geral que determina a função, tratamento de casos particulares: dividimos a turma em cinco grupos, entregamos cartões com situações para que os estudantes refletissem e calculassem quanto ficaria a entrega, mas, para além disso, refletissem como lidar com essas situações específicas e como elas afetariam o restaurante. Solicitamos, também, os elementos do domínio, contradomínio e imagem de cada situação. A imagem a seguir, representa a forma como as cartas foram entregues aos estudantes.

Figura 4 – Cartas com problemas das entregas



Fonte: Arquivos do projeto.

O quinto momento foi estruturado pelas apresentações dos resultados dos grupos, em que se evidenciou os elementos que

compunham cada situação das cartas registradas na imagem anterior. Por último, o sexto momento foi reservado para a reflexão do encontro, por meio de uma roda de conversa com perguntas do registro.

As perguntas do registro para as reflexões finais estão dispostas na tabela a seguir:

Quadro 1 – Perguntas do registro

	Pergunta
1	Como a turma chegou a conclusão sobre qual seria a lei de formação que expressasse uma generalização para as entregas?
2	Qual foi a lei definida? O que varia? O que é fixo? O que é dependente e independente nesta lei?
3	Qual a restrição do domínio na lei de formação elaborada na aula?
4	Na aula, pensamos na situação das entregas, os professores relacionam a imagem aos valores de cada entrega e o contradomínio aos possíveis valores. Agora é sua vez, qual outra associação nesse sentido você consegue relacionar com esses conceitos matemáticos?
5	Qual parte da aula mais chamou sua atenção? Quais pontos você acha que os professores podem melhorar? E como você avalia sua participação na aula?

Fonte: Arquivos do projeto.

Durante o encontro, foram observados os movimentos que se direcionaram para a resolução do problema desencadeador sobre as entregas do restaurante. Os indícios que indicam tais percepções foram explicitados por meio do diário de observações do projeto, as anotações livres em folhas A4 de cada grupo e os registros realizados no sexto momento. A partir desses materiais, analisaremos alguns elementos no próximo item deste capítulo.

Análise dos elementos essenciais da tarefa relacionados ao nexo campo de variação

O conceito de função é constituído por nexos conceituais, que vistos em perspectiva, relaciona suas múltiplas determinações por

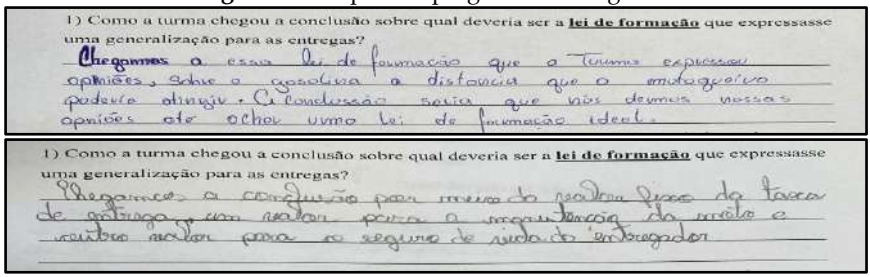
meio da essência de sua ideia central. Compreender essas múltiplas determinações pode proporcionar ao professor maiores condições e criatividade na elaboração de situações para o processo de aprendizagem dos estudantes. Nesse intuito, a cada encontro planejado no projeto CluMat Ensino Médio, destacam-se elementos que compõem essa essência. Isso não significa que cada aula, deva ser trabalhado um nexo conceitual diferente, pois precisamos de mais esforços e tempo para a apropriação desse movimento.

Neste encontro, em que discutimos o problema desencadeador sobre as entregas do restaurante, demos ênfase nos nexos *campo de variação*, *variável*, *lei de formação* e os conjuntos *domínio*, *contradomínio* e *imagem*. Pensar um conceito pelas suas múltiplas determinações produz um pensamento que generaliza a ideia central de tal conhecimento, tornando o pensamento teórico, que é um dos objetivos do desenvolvimento humano por meio da Matemática.

Nos pautando nesse intuito, destacamos alguns elementos que nos chamaram a atenção no processo de desenvolvimento da tarefa das entregas do restaurante, cujo objetivo era sistematizar leis de formação para o sistema de entrega, intuir noções dos conceitos de domínio, imagem e contradomínio e campo de variação.

A partir do registro, pudemos observar que na pergunta 1: "Como a turma chegou a conclusão sobre qual seria a lei de formação que expressasse uma generalização para as entregas?". Elementos importantes acerca dos nexos conceituais foram levantados, como mostra a imagem a seguir.

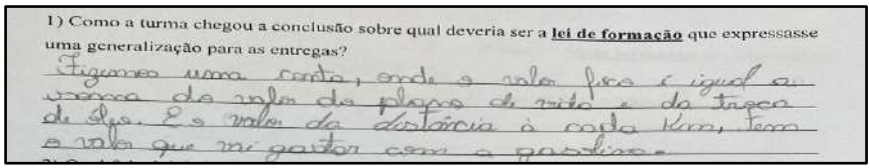
Figura 5 – Resposta à pergunta 1 do registro


1) Como a turma chegou a conclusão sobre qual deveria ser a **lei de formação** que expressasse uma generalização para as entregas?

Chegamos a essa lei de formação que a Turma expressou opiniões, sobre o custo/viva a distancia que o entregador poderia atingir. A conclusão seria que nós demos nossas opiniões até achar uma lei de formação ideal.

1) Como a turma chegou a conclusão sobre qual deveria ser a **lei de formação** que expressasse uma generalização para as entregas?

Chegamos a conclusão por meio do valor fixo da taxa de entrega e um valor para a manutenção da moto e outro valor para o seguro de vida do entregador


1) Como a turma chegou a conclusão sobre qual deveria ser a **lei de formação** que expressasse uma generalização para as entregas?

Figuemos uma conta, onde o valor fixo é igual a soma do valor da placa de vida e da troca de óleo. E o valor da distância à cada Km, tem o valor que vai gastar com a gasolina.

Fonte: Arquivos do projeto.

Na primeira resposta, um estudante escreve: *chegamos à conclusão por meio do valor fixo da taxa de entrega, um valor para a manutenção da moto e outro valor para o seguro de vida do entregador*. Essa resposta nos evidencia um processo de pensamento articulado com os inúmeros elementos que compõem uma situação real que precisa ser generalizada de forma lógica. A composição que gerou tal necessidade foi implementada em encontros anteriores, por meio da discussão dos aspectos sociais que estão por trás da lógica das necessidades do restaurante.

Perceber e articular os elementos que compõem o contexto gerado no problema desencadeador nos permite evidenciar nexos internos como o campo de variação, no sentido de qual a natureza e o que estamos lidando em determinado problema. Além disso, cabe relembrar a importância que esse movimento provoca no processo de pensamento, já que, Sousa (2014, p. 65), menciona que, "os nexos internos compõem o lógico-histórico do conceito".

Na segunda resposta, outro estudante destaca: *chegamos a essa lei de formação que a turma expressou opiniões, sobre a gasolina, a distância que o motoqueiro poderia atingir. A conclusão seria que nós demos nossas opiniões até achar uma lei de formação ideal*. A palavra "chegamos", utilizada pelo estudante, reforça ainda mais a importância da organização coletiva das resoluções dos problemas desencadeadores dos debates de maneira intencional e das propostas bem definidas, que aparecem em outros momentos. Ela também demonstra que algo foi construído, ou mesmo, alcançado, foi um processo, o que não costumamos vivenciar em estudos da Álgebra escolar.

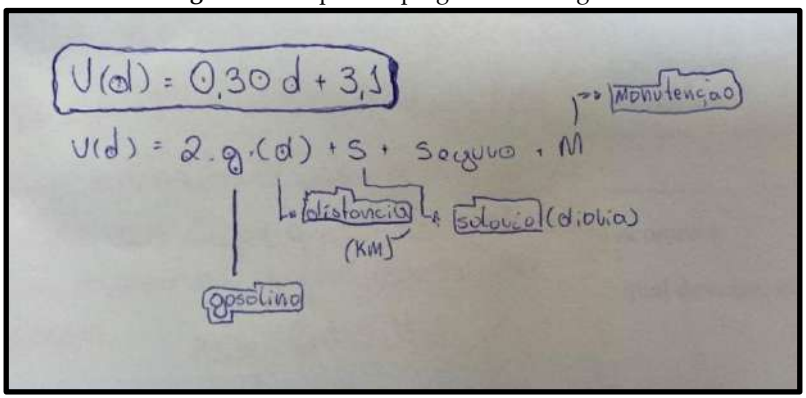
Outro apontamento importante desta segunda resposta, se apresenta no trecho "*a turma expressou opiniões, sobre a gasolina, a*

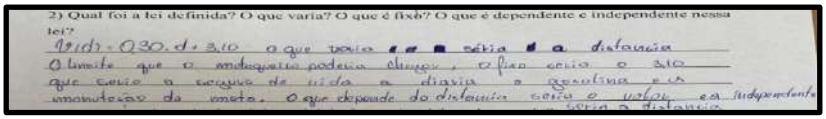
distância que o motoqueiro poderia atingir". A turma pode se expressar em um espaço para refletir e argumentar acerca das relações estabelecidas entre duas variáveis do problema, a gasolina e a distância percorrida. Compreender a relação estabelecida, nos permitiu observar o campo de variação estabelecidos no movimento entre a gasolina e a distância, como por exemplo, a impossibilidade de tratarmos de números negativos a partir dessas duas variáveis, ou mesmo, o entendimento de expressões contínuas para relacioná-las.

Na terceira resposta, podemos observar no trecho "*Fizemos uma conta, onde o valor fixo é igual a soma do valor do plano de vida e da troca de óleo. E o valor da distância a cada km, tem o valor que vai gastar com a gasolina.*", que a função estabelecida no problema das entregas continha uma parte que era fixa e outra não. No processo de pensamento algébrico, é necessário perceber o movimento de variação dos elementos e suas relações intrínsecas como os elementos citados pelos estudantes. Apontar uma lei de formação já determinada não permite que esse movimento ocorra, pois, a apresentação se dá de modo definido e acabado.

Outros elementos nos chamaram atenção nos registros produzidos pelos estudantes, como mostra a figura a seguir, acerca da pergunta de número dois.

Figura 6 – Resposta à pergunta 2 do registro




2) Qual foi a lei definida? O que varia? O que é fixo? O que é dependente e independente nessa lei?
v(d) = 0,30. d + 3,10 o que varia seria a distancia
O limite que o motoqueiro poderia chegar, o fixo seria o 3,10 que seria o seguro de vida a diaria a gasolina e a manutenção da moto. O que depende da distancia seria o valor e a independente seria a distancia

Fonte: Arquivos do projeto.

No momento de discussão das propostas de sistematização das ideias entre os grupos, surgiram várias representações diferentes, com letras diversas, ou até mesmo palavras completas para organizar o raciocínio dos estudantes diante da problematização apresentada, cujo objetivo era estruturar uma lei de formação para a situação. Apesar disso, destaca-se na imagem anterior, uma síntese dos grupos que foi mobilizada pelos professores, de modo que atendesse a estrutura lógica das propostas levantadas e prevalecesse o pensamento comum e coerente para todos da turma.

No trecho apresentado, os estudantes escreveram "*v(d) = 0,30 . d + 3,10 o que varia seria a distância o limite que o motoqueiro poderia chegar, o fixo seria o 3,10 que seria o seguro de vida, a diária, a gasolina e a manutenção da moto. O que depende da distância seria o valor e a independente seria a distância.*". A representação da lei de formação utilizando as letras v e d retratam o pensamento algébrico, a partir do movimento lógico-histórico, em que são sínteses conexas às variáveis analisadas. Outra composição da figura anterior, também mostra a articulação desse processo, em que são utilizadas palavras e mais letras informando cada elemento que compunha a situação estudada.

Nesse sentido, concordamos com Panossian e outros, ao mencionarem que,

> a atribuição de um símbolo e o reconhecimento da variável como um elemento que permite o estabelecimento da relação entre duas grandezas pode ser considerado como uma mudança qualitativa e a ruptura que modifica a essência do conhecimento algébrico e torna possível outra forma de movimento e desenvolvimento (Panossian et al., 2016, p. 49).

A síntese estabelecida na análise, nos permitiu compreender que, existia uma parte que poderia ser considerada fixa no problema

desencadeador, isto é, uma variável independente, e outra parte, que se modificava dependendo da distância, como escreveram os estudantes no trecho anterior. Além disso, no extrato "*o limite que o motoqueiro poderia chegar*", nos mostra a intenção que enfatiza as relações entre variáveis, mas também com o próprio campo de variação, já que, Sousa et all (2014, p. 122), nos indicam que "Só há sentido em mencionar a palavra variável, a partir do momento em que se considere campo numérico. [...] a existência da variável, necessariamente, está relacionada ou associada a um determinado campo de variação", como já mencionamos anteriormente, o que infere sobre esse limite mencionado na resposta.

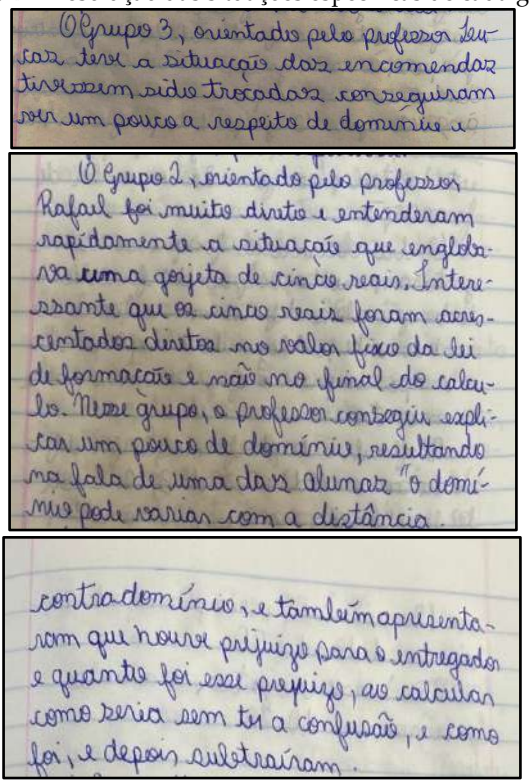
Pensar sobre esse limite também nos gerou um problema acerca da discussão sobre o domínio da nossa função sobre o custo das entregas. Essa questão foi percebida no movimento em que ocorriam as discussões em sala de aula, por parte dos professores que organizavam o encontro. No momento, não foi possível uma perspectiva para solucionar a demanda, por esse motivo, não traremos neste capítulo uma avaliação das outras perguntas do registro, pois não foram realizadas.

O problema em questão se tratava da relação da distância máxima que o entregador poderia percorrer. Foi definido com a turma, que o restaurante não poderia fornecer as refeições em qualquer endereço, pois seria complexa a logística e organização das entregas. Por esse motivo, definimos, junto aos estudantes, um raio máximo de 6,5 km para que o movimento pudesse ser feito. Durante o planejamento das ações e todo o movimento de discussão entre os professores do projeto, estava firmado que 6,5 km seria a maior distância, isto é, o maior valor que a variável "d" poderia assumir. No entanto, o entregador poderia fazer um percurso ainda maior dentro do raio estabelecido.

Assim, destacamos que, com esse problema desencadeador, alcançamos indícios acerca das relações entre variáveis, lei de formação e campo de variação. Mas como nos comprometemos a discutir as ideias dos conjuntos domínio, contradomínio e imagem, não foi possível promover uma generalização, apenas

particularidades foram percebidas a partir das cartas com as situações específicas de entregas, como mostra a figura a seguir.

Figura 7 – Resolução das situações específicas de cada grupo[2]



Fonte: Diário de observações do projeto.

[2] Transcrição da figura 7: O grupo 2, orientado pelo professor Rafael foi muito direto e entenderam rapidamente a situação que englobava uma gorjeta de cinco reais. Interessante que os cinco reais foram acrescentados direto no valor fixo da lei de formação e não no valor final do cálculo. Nesse grupo, o professor conseguiu explicar um pouco de domínio, resultando na fala de uma das alunas "o domínio pode variar com a distância". O grupo 3, orientado pelo professor Lucas, teve a situação das encomendas tivessem sido trocadas conseguiram ver um pouco a respeito do domínio e contradomínio, e também apresentaram que houve prejuízo para o entregador e quanto foi esse prejuízo, ao calcular como seria sem ter a confusão, e como foi, e depois subtraíram.

A figura anterior representa um extrato do diário de observações. Nela podemos observar que, cada grupo manifestou de modos diferentes o seu pensamento a respeito de cada situação das entregas do restaurante. Com esse processo de generalização, por meio da estrutura da lei de formação da função e depois, o estudo das especificidades, nos promoveu uma certa proximidade entre sujeito e problema.

Portanto, o modo de conceber a organização do ensino, por meio da modelagem de situações acerca de suas necessidades, conforme foi pensado com as questões geradoras do restaurante, possibilitou uma perspectiva de ações coletivas entre os estudantes em prol de um objetivo comum, mesmo com pensamentos diversos, a mobilização promovida em sala de aula, nos possibilitou aproximações necessárias diante dos nexos conceituais da função.

Considerações sobre o movimento da tarefa

O projeto CluMat Ensino Médio é estruturado para desenvolver ações de ensino que são sustentadas pela Teoria da Atividade (Leontiev, 1978). Nesse sentido, é primordial os aspectos elementares da proposta pedagógica, que permeiam as necessidades históricas da estruturação do conceito de função e o movimento coletivo que constrói pensamento crítico acerca do conhecimento científico. Assim, aliar esses aspectos, aos nexos conceituais da função, é um caminho possível para alcançar tais objetivos.

Sabemos que apenas uma tarefa como a desenvolvida no encontro "OUUUU Ó O LANCHE, UAI" não é suficiente para a apropriação de nexos conceituais como leis de formação para o sistema de entrega do restaurante, domínio, imagem e contradomínio e campo de variação. Mas nesse encontro, conseguimos elencar elementos importantes para as discussões a respeito desses aspectos essenciais.

Assim, podemos concluir que, quando os estudantes conseguem perceber e articular elementos que compõem o contexto

gerado no problema desencadeador, o nexo interno como o campo de variação é evidenciado, no sentido de compreendermos a natureza do conhecimento matemático e a essência de determinado problema. Além disso, o processo de generalização, por meio da estrutura da lei de formação da função, promoveu uma certa proximidade entre sujeito e o problema, possibilitando o pensamento crítico.

Referências

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da Matemática*. 2. ed. Lisboa: Gradiva, 1951. p. 122.

KLEIN, R.; LOPES, A. J.; POZEBON, S. *Movimento lógico-histórico do conceito e organização do ensino: contribuições para a formação de professores que ensinarão matemática*. *Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica*, Uberlândia, v. 8, e2024-25, 2024. DOI: https://doi.org/10.14393/OBv8.e2024-25. Disponível em: https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/74718. Acesso em: 20 ago. 2025.

LEONTIEV, A. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

MOURA, A. L. R.; SOUZA, M. C. *O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes*. *Revista Zetetiké*, v. 13, n. 24, p. 42, 2005. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646987. Acesso em: 26 jul. 2025.

PANOSSIAN, M. L.; SOUSA, M. C.; MOURA, M. O. *Nexos conceituais do conhecimento algébrico: Um estudo a partir do Movimento Histórico e Lógico*. *RIPEM*, v. 6, n. 2, p. 49, 2016.

SOUSA, M. C. *O ensino de Matemática da Educação Básica na perspectiva lógico-histórica*. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 7,

n. 13, p. 65, 2014. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/490. Acesso em: 28 jul. 2025.

SOUSA, M. C.; MOURA, M. O. *Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função*. *Ciênc. Educ.*, Bauru, v. 25, n. 4, p. 1098, 2019. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ciedu/a/7sFpb47g5pRmMtG6bhYvL6P/?lang=pt. Acesso em: 28 jul. 2025.

SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. *Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos*. Campinas: Mercado de Letras, 2014, v. 1, p. 122.

CAPÍTULO 8: A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE FUNÇÕES E A IMPORTÂNCIA DA SÍNTESE COLETIVA

Marcos Henrique Alves Chaves
Rafael Almeida Cândido
Mayline Regina Silva

Conhecimento matemático na perspectiva histórico-cultural

Tendo como premissa que o conhecimento matemático é um construto histórico em constante transformação, entendemos que é inerente à atividade de ensino, a organização de situações que não só promovam e propiciem o movimento de aprendizagem dos estudantes, mas que apresentem, também, os próprios conceitos em movimento, não os recriando, mas, referenciando a trajetória histórica do desenvolvimento do conceito, partindo das necessidades da realidade concreta.

Nesse sentido, as transformações e mudanças que perpassam os conceitos evidenciam-se nas sínteses coletivas produzidas pelas culturas a cada recorte histórico. Assim, ao observarmos a história, veremos que a capacidade de sintetizar e ressintetizar informações e ideias coletivamente, foi crucial para o desenvolvimento das civilizações. Da passagem oral de saberes, ao surgimento da escrita, que perpetuaram a passagem das produções e conhecimentos, até as revoluções científicas, que consolidaram teorias, a partir de observações e experimentos, a síntese de conhecimentos sempre esteve presente como um mecanismo de avanço e como necessidade de cada povo.

Em um mundo inundado por informações, a habilidade de sintetizar tornou-se ainda mais essencial, seja para tomar decisões, seja para resolver problemas do dia a dia. No contexto escolar, a síntese não é diferente: ela permite que os estudantes reorganizem

e integrem os conhecimentos, transformando informações isoladas na concretização de conceitos.

No entanto, na educação brasileira, a defesa da escola enquanto espaço propício à apropriação e produção dos conhecimentos científicos historicamente construídos se defronta com uma outra perspectiva, conceitos fragmentados se apresentam aos educandos em tópicos e subtópicos dos livros didáticos, que ditam o ritmo do ano letivo e organizam as aulas, limitando-as, em datas e horas, delimitando o "início" e o "fim" das discussões acerca de cada conteúdo. Mesmo divergindo dessa compreensão, pautando-se no pressuposto de que os diversos conteúdos estão, na verdade, intrinsecamente relacionados e são indissociáveis - impossibilitando, assim, no contexto do ensinar e aprender, ditar começos e finais rígidos, como quem fecha uma gaveta para abrir uma outra -, o Clube de Matemática Ensino Médio (CluMat Ensino Médio) é percebido pelas turmas como um evento que, assim como os conteúdos distribuídos na *bimestralização*, tem, também, início e fim anunciados.

O CluMat Ensino Médio, pautado na Atividade Orientadora de Ensino (AOE), propõe uma organização específica do ensino, que prevê tempos e momentos para o processo de apropriação dos conceitos pelos sujeitos em atividade de aprendizagem. Neste capítulo, enfocaremos um desses momentos: a síntese, tomando como base o 5º encontro do CluMat Ensino Médio, no qual os estudantes revisitaram e organizaram os conceitos antes tratados por meio da construção de uma apresentação do restaurante que construíram nos encontros anteriores. A análise desse encontro nos permitirá refletir sobre como a síntese contribui para a apropriação dos conhecimentos matemáticos de forma significativa e contextualizada, conectando passado, presente e futuro.

Descrição da tarefa

O quinto encontro foi dedicado à preparação de materiais que sintetizassem as ideias desenvolvidas anteriores (a confluência dos

nexos conceituais, de fluência, de interdependência, de campo de variação; a junção dos elos para a estruturação do conceito, a esperança de retorno do abstrato ao concreto) tendo a **organização da apresentação do restaurante servindo para os investidores** como fio condutor. O encontro inicia-se com um anúncio: "agora que pensamos em várias coisas para nosso restaurante, os investidores virão e precisamos apresentar o restaurante e convencê-los de que essas ideias são boas e funcionarão". Como objetivo central, o encontro, denominado "É pavê ou pra comer?", retoma as tarefas desenvolvidas, destacando o conceito de função por meio de seus nexos conceituais, além de, momentos da história e discussões, enquanto conectava a trajetória do projeto a novos contextos.

Para que esse movimento ocorresse, os professores elaboraram apresentações em *slides*, com descrições das tarefas realizadas e imagens que capturavam momentos coletivos de desenvolvimento das tarefas propostas para que os estudantes relembrassem os momentos.

Durante a revisão, os estudantes revisitaram os temas centrais de cada encontro:

➔ Encontro 1: Introdução e construção do restaurante, que serviu como cenário para contextualizar os aprendizados.

➔ Encontro 2: Discussões sobre salários, que introduziram reflexões sobre remuneração e custos trabalhistas.

➔ Encontro 3: Análises de lucros e prejuízos, destacando a relação entre custos e receitas.

➔ Encontro 4: Exploração de estratégias de expansão, como o planejamento de um serviço de *delivery*.

No quinto encontro, a consolidação dos aprendizados proporcionou aos participantes, a oportunidade de revisitar conceitos de maneira integrada e reflexiva, promovendo a criação de novas conexões. Como apontam Oliveira e Panossian (p. 61, 2022), "a síntese coletiva é entendida como parte essencial de uma AOE, colaborando para que esta se configure como mediadora da apropriação cultural pelos sujeitos". Essa perspectiva fundamenta a importância de tarefas coletivas, como as realizadas neste encontro.

Além de sintetizar os conteúdos já apresentados, objetivou-se estabelecer oportunidade para avaliar o entendimento dos estudantes acerca do conceito, observando quais aspectos do conceito mais apareceriam e quais não. Cada estudante foi incentivado a expressar sua preferência por um tema, sendo organizados em cinco grupos correspondentes aos encontros anteriores. Cada grupo ficou responsável por construir uma apresentação, da maneira que preferissem (por meio de cartazes, maquetes, slides, ou quaisquer outras formas que decidissem como a mais adequada), e aprofundar um dos temas/encontros trabalhados, visando a distribuição de tarefas e a diversificação das abordagens. Nesse sentido, Silva et al (p. 61, 2022), indicam que "nesse processo de organização do ensino, os estudantes se relacionam com a situação desencadeadora por meio das ações de aprendizagem e também com a definição da solução, que seria a síntese coletiva".

Os estudantes tiveram liberdade para decidir quais materiais utilizariam em suas apresentações para o Encontro 6, desde cartazes e maquetes até recursos digitais. Essa abordagem teve como objetivo estimular a criatividade, o trabalho em grupo e a autonomia dos participantes. Moura (2001, p.55) estrutura a defesa de que "permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema" é essencial para a apropriação dos conhecimentos e, consequentemente, para o desenvolvimento humano.

Ao passo em que é importante permitir aos sujeitos que se deliberam, em seus grupos, a melhor forma de endereçar a tarefa à qual foram incumbidos e deem vasão a suas criatividades, enquanto organizadores, é preciso que os professores pensem e prevejam, em seus planejamentos, o máximo de respostas e ações esperadas, afinal, organizar a atividade de ensino é constantemente perpassada pela necessidade de fazer *boas* perguntas - e, paradoxalmente, fazer *boas* perguntas infere pensar, antes, nas

respostas que esperamos. Assim, as respostas previstas pelo planejamento incluíram:

➔ Grupo do Encontro 01: Criação de uma maquete representando o restaurante. Ou quaisquer situações capazes de expressar a compreensão dos sujeitos acerca da interdependência.

➔ Grupo do Encontro 02: Simulação de carteiras de trabalho, destacando os custos trabalhistas. Ou, mais uma vez, quaisquer expressões das compreensões dos nexos conceituais (no caso desse encontro, principalmente das ideias de fluência, variável e interdependência).

➔ Grupo do Encontro 03: Uso de *slides* e ferramentas como GeoGebra para modelar relações matemáticas que evidenciam compreensões acerca dos nexos e da necessidade da percepção de modos gerais para a construção de modelos suficientes.

➔ Grupo do Encontro 04: Representação de trajetórias e custos de entrega utilizando mapas, *Google Maps* e planilhas no Excel, evidenciando os aspectos da variação dentro de campo.

➔ Grupo do Encontro 05: Confecção de *slides* para sintetizar o conteúdo e de um cheque simbólico representando o investimento final e o fechamento dos encontros.

Essa dinâmica permitiu um avanço em relação ao núcleo essencial do conceito de função, ao mesmo tempo que incentivava um espaço coletivo para produção das propostas. A organização e a interação em grupo contribuíram para a construção de um ambiente de aprendizado ativo e integrador.

Durante a confecção dos materiais, os professores desempenharam um papel ativo, oferecendo suporte e orientação aos grupos. Esse momento foi especialmente oportuno para retomar as ideias centrais abordadas nos encontros anteriores, discutindo novamente os conceitos e suas inter-relações. Além de lidar com as dúvidas, os professores contribuíram com os estudantes a aprofundar sua compreensão dos temas, promovendo debates sobre as conexões entre os nexos conceituais estudados. Essa interação é essencial, pois, como destaca Vigotski (1944, p. 103), "o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e

põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer".

Nesse sentido, a preparação coletiva fortalece o movimento de aprendizagem, criando um ambiente de colaboração, repartição das ações e das operações iniciais, troca de modos de ação e compreensão mútua, reflexão, comunicação, entre vários outros aspectos, no qual o professor organiza, de forma intencional, a tarefa em grupo para garantir a apropriação dos conceitos historicamente construídos. Moura entre outros (2010, p. 102) reforçam essa ideia ao afirmar "De forma mais específica, podemos entender como ações do professor em atividade de ensino […] organizar o grupo de estudantes, de modo que as ações individuais sejam providas de significado social e de sentido pessoal na divisão de trabalho do coletivo". Esse cuidado permite que os estudantes participem ativamente na elaboração e organização das apresentações, assegurando que cada integrante contribua de forma significativa.

Além disso, o encontro também serviu como preparação para o próximo desafio: no encontro seguinte, seria anunciado aos estudantes a apresentação de suas produções para um público simulado de investidores. Essa dinâmica objetivava aumentar a relevância das apresentações e estimular a busca pela qualidade nos materiais confeccionados. Os estudantes teriam, assim, a chance de demonstrar suas habilidades e conhecimentos, aplicando de maneira prática os conceitos aprendidos ao longo do projeto.

Compreensões sobre a tarefa

A síntese, enquanto processo de reorganização e (re)concretização de conhecimentos, revelou-se como um elemento central no quinto, e penúltimo, encontro do CluMat Ensino Médio. Ao revisitar os conceitos trabalhados nos encontros anteriores, há indícios de que estudantes estabeleceram novas conexões entre os elementos.

Objetivamos, no planejamento, que o movimento de construção das apresentações permitisse que os sujeitos fossem

para além da memorização, alcançando uma compreensão mais profunda e contextualizada do conceito de função em seus aspectos essenciais: os nexos, dos quais se ocuparam os encontros anteriores. A síntese, nessa perspectiva, refere-se não a um resumo dos conteúdos, mas sim a um *processo* de *reconstrução* conhecimento, no qual os estudantes, os pequenos grupos, e a turma fossem encorajados a articular ideias, refletir sobre suas práticas e projetar soluções para o problema proposto: a apresentação do restaurante aos investidores.

Assim, a fala, como aponta Vygotsky (1984), adquire uma função sintetizadora no processo de aprendizagem - e esse aspecto evidencia-se, com ênfase, durante nossa análise do quinto encontro. Os estudantes, ao se organizarem em grupos, precisaram, para resolver a demanda de suas apresentações sobre aspectos do restaurante, articular ideias de forma coerente para construir as apresentações que seriam feitas aos investidores. Afinal, dada a necessidade de persuadir os possíveis investidores, não seria suficiente apenas comunicar de forma eficiente, mas, também, convencer aquelas importantes pessoas, que iriam conhecer a trabalhosa proposta do restaurante a partir daquele momento. Cada pequeno grupo, então, se organizou para a construção de sua apresentação.

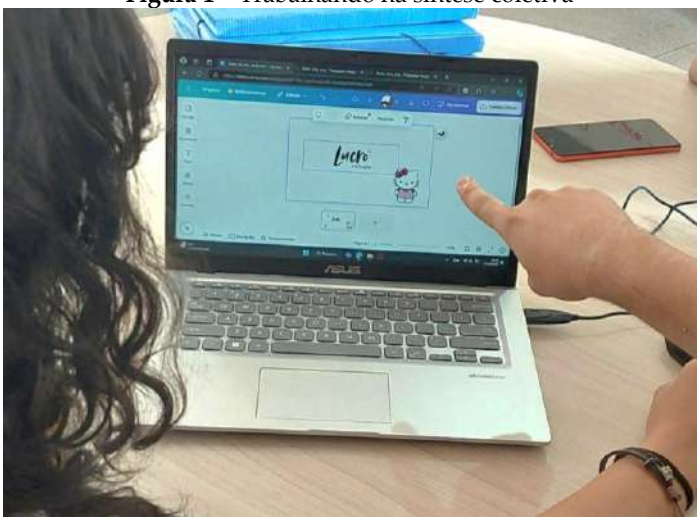
Nessa perspectiva, cada grupo agiu e tomou decisões diferentes. O grupo responsável pela apresentação das ações desenvolvidas durante o Encontro 3 (análise de lucros e prejuízos, entre outros aspectos), por exemplo, partiram para a escrita de tópicos em uma folha A4 branca como sua primeira ação. Outros grupos também escolheram iniciar o processo por esse ponto, mas o grupo responsável pelo *Encontro 3*, com a apresentação da argumentação relativa aos valores dos pratos, ao fluxo de caixa e de clientes, aos lucros e prejuízos, ocupou-se, muito brevemente, do debate sobre esses elementos.

Assim, o referido grupo não buscou, por exemplo, registros em suas pastas (nas quais guardavam todas as produções de cada encontro) o valor final de cada refeição eleito pela turma, nem a perspectiva de média de pessoas que frequentariam o restaurante -

consequentemente, não se ocupando do lucro que o restaurante produziria mensalmente, elemento também observado no Encontro 3.

"Depois que decidiram fazer *slides*, passaram uma boa parte do tempo escolhendo as cores e o tema da apresentação. Tal acontecimento, assume papel importante para a análise do encontro, à medida em que desvela aspectos não só de si, mas revela, também, elementos importantes para a avaliação do processo como um todo.

Figura 1 – Trabalhando na síntese coletiva



Fonte: Arquivos do projeto.

Afinal, por que, ao serem incumbidos da tarefa de apresentar sobre o lucro (que, pelo planejamento dos professores, levariam os estudantes a refletirem sobre custos fixos e variáveis, sobre variações e as dependências) ocuparam-se, relativamente, pouco de rememorar e discutir esses aspectos a medida em que elementos estéticos, da apresentação, receberam mais atenção? Algumas hipóteses surgiram a partir discussões relacionadas a avaliação do Encontro 5:

● Ao permitirmos que os sujeitos se organizem e se expressem de modo a dar vazão à criatividade, é possível que, parte significativa do processo se volte a esses aspectos da "forma",

mesmo que, por vezes, se desvincule do objetivo inicial, de apresentar o encontro, e do conceito em si, ou seja, da articulação das ideias matemáticas que justificaram as escolhas da turma, no caso, em relação ao lucro e aos valores das refeições e, consequentemente, aos nexos evidenciados no Encontro 3;

● Ao tomarmos a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como alicerce teórico-metodológico, entendemos como um dos objetivos centrais da atividade de ensino a organização de situações que possibilitem a apropriação dos conhecimentos historicamente construídos pelos educandos. Nesse sentido, a apropriação dos conhecimentos é, indubitavelmente, central e, se dá a partir da compreensão dos conceitos em essência. A história do restaurante é construída, então, como situação cuja finalidade é a apropriação do conceito de função - a "*forma*" com que os sujeitos se envolvem, apresentados aos nexos de um "*conteúdo*". Nesse sentido, apesar de indissociáveis, ao destacarem a "forma", a história e os elementos de expressão estética, em detrimento do "conteúdo", os nexos de função e os argumentos para as escolhas, os estudantes evidenciam a necessidade de avaliação e transformação das tarefas, em particular, a do Encontro 3, de modo a evidenciar, ainda mais, os nexos conceituais;

● Mesmo que, aqui, estejamos nos referindo ao penúltimo encontro, é preciso relembrar um aspecto importante sobre o que isso significa: é o sexto dentre sete encontros semanais, de algumas horas. A hipótese anterior relaciona-se, diretamente, à essa, à medida em que aqui elencamos o contexto temporal em que se deu o processo. Como poderia a história não "saltar" aos olhos em um, relativamente, curto e espaçado recorte temporal? Essa foi e é, ainda, uma questão norteadora para a reorganização das tarefas e encontros das edições posteriores à que discutimos neste livro.

As hipóteses elencadas, além de outras possibilidades para responder aos questionamentos sobre o que levou a experiências como a situação descrita, não descartam e/ou contradizem umas às outras, mas complementam-se. Apesar das reflexões serem baseadas, majoritariamente, no conjunto de experiências vivenciadas e registradas pelos futuros professores, no escopo da

THC e da AOE há a possibilidade de articular essas ideias com indispensável profundidade teórica a medida em que, no entendimento dos autores deste livro, as hipóteses convergem para conceitos centrais da atividade pedagógica pelas lentes da AOE: motivos e objetivos.

Segundo Moura et al (2019), os fundamentos da AOE permitem ao professor "identificar motivos, necessidades, ações desencadeadoras e sentidos atribuídos pelos sujeitos no processo". Ao adentrar uma sala de aula o professor há de se deparar com uma diversidade inapreensível de sujeitos e realidades, dotados de motivos que se distinguem e se aproximam em diferentes níveis: em suma, os motivos de estar naquele espaço, naquele momento, existem.

No contexto da AOE, entretanto, entende-se que a atividade pedagógica é constituída a partir da aproximação à uma estrutura (ver figura 2), composta por "uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propõe ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar" (Moura et. al, 2010, p.217).

Figura 2 – Relação entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem



Fonte: Moraes (2008).

Nesse sentido, a ação do professor deve objetivar a aproximação/transformação dos motivos e objetivos de modo a evidenciar (ou convencer) aos sujeitos a necessidade de apropriação dos conhecimentos já produzidos, possibilitando-os à participação no processo de perpetuação e continuidade da construção de conhecimentos teórico e da cultura.

Assim, o planejamento do 5º encontro, aqui analisado, construído em vista desse movimento, evidencia a necessidade de reflexão acerca do processo de transformação das motivações que movem os sujeitos. Como podemos convencer os sujeitos para que se movam em uma direção específica (a aprendizagem)? Em contraste à reflexão sobre o grupo responsável pela apresentação das ações e decisões do Encontro 3 (sobre lucros, valores e outros elementos), encontramos elementos importantes para a análise nos processos de síntese de outros pequenos grupos.

Se, "individualmente, cada sujeito da atividade apropria-se, a seu modo, do que foi produzido coletivamente, possibilitando a criação de sentidos que modificam concepções, responsáveis por novas ações" (Moura, 2011, p. 95), o professor, na perspectiva da AOE, adquire nova qualidade (para além de organizador): a título de conseguir construir, ao avaliar sua prática, hipóteses e soluções acerca das situações emergentes da sala de aula é necessário que o professor seja, também, um bom observador (Moraes, 2018). Nesse sentido, ao observarmos a construção das produções dos pequenos grupos, interessantes evidências emergiram.

Moura e outros (2010), defendem que a solução do problema desencadeador na AOE deve ser realizada com vistas à coletividade, e isso inclui a criação de materiais que sintetizem as ideias desenvolvidas. À medida em que cada grupo optou por diferentes formas de representação (o grupo responsável pela apresentação do Encontro 1 optou pela construção de uma maquete do restaurante, enquanto o grupo responsável pelo Encontro 4 utilizou de cartazes para representar trajetórias e custos de entrega), as construções revelavam, na organização de

planejamento e de divisão das ações, as formas com que os sujeitos percebiam os conceitos.

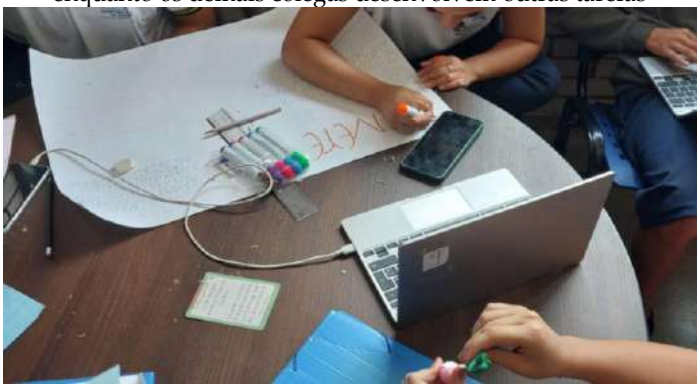
A construção dos materiais, no contexto do grupo responsável pela apresentação da organização do sistema de entregas (que aconteceu no Encontro 4), indica evidências da potencialidade da tarefa de planejamento das apresentações para a construção de sínteses e reflexões sobre o processo e o conceito de funções. Ao dividirem as tarefas de modo a delegar, prontamente, funções - cuja execução depende, intrinsecamente, umas das outras -, é possível observar o envolvimento dos sujeitos para com a proposta.

Ao perceberem a importância de recorrer às *cartinhas*[1] para relembrarem as informações que consideravam necessárias para a apresentação, o pequeno grupo se articulou de modo a delegar a função de encontrar as cartas nas pastas dos colegas de outros grupos, que haviam ficado de posse desses materiais no encontro anterior. Enquanto alguns buscavam as cartas, outros organizavam os cartazes e, desse contexto, emerge uma interessante situação.

O grupo, de pronto, delegou, também, a função de organização dos cartazes. Os responsáveis partiram para a construção e colocaram informações das quais lembraram. Além de contar sobre o encontro e as situações nas cartas, o grupo acrescentou à apresentação algumas regras sobre as entregas, como o valor a ser pago a mais pelo atraso do cliente ao receber a encomenda com o entregador. Desse cenário, é possível perceber - uma vez que os demais membros concordaram com o apontamento do colega - o compartilhamento de um objetivo em comum e a negociação de sentidos, outros aspectos da coletividade (Rubtsov, 1996).

[1] Materiais utilizados pelos professores, no Encontro 4, para a introdução de situações problemas relacionados às entregas do restaurante e à generalização do cálculo do lucro das entregas.

Figura 3 – Estudante organiza as informações em um cartaz sobre o DELIVERY, enquanto os demais colegas desenvolvem outras tarefas



Fonte: Arquivos do projeto.

Ao produzirem os materiais, objetivava-se os estudantes revisitaram o conceito de função de forma prática, permitindo, dentro das possibilidades do contexto do projeto, uma apropriação mais significativa e contextualizada dos conhecimentos. Há indícios, nesse sentido, de que para alguns sujeitos, não se tratava apenas de um produto final, mas dos elementos que remontaram a memória e a reconstrução ativa dos conceitos. Como afirma Vygotsky (1991, p. 37-38), "a verdadeira essência da memória humana está no fato de os seres humanos serem capazes de lembrar ativamente com a ajuda de signos".

Nesse sentido, para além da construção de cartazes, os grupos que optaram pela organização de *slides* e/ou maquetes, mesmo que se organizassem de modos distintos entre si, em seus modos de perceber a tarefa, se comunicar, delegar responsabilidades e dividir as ações, revelam, no escopo de seus processos, vestígios da consolidação conjunta de aspectos do conceito de função. Como destacam Moura, Araújo e Serrão (2019, p. 442), "a AOE se apresenta como mediação entre o significado social e o sentido pessoal; entre a objetivação e a apropriação; entre o conceito científico e o conteúdo escolar".

Durante o encontro 5, os futuros professores auxiliaram os grupos a estabelecerem conexões entre os conceitos matemáticos e

o contexto do restaurante. Por exemplo, ao revisitar o tema dos custos trabalhistas (Encontro 2), os professores questionaram os estudantes sobre como os salários e encargos impactariam o orçamento do restaurante, incentivando-os a refletir sobre a relação entre matemática e realidade. Esse modo de organização permitiu que os estudantes não apenas reproduzissem os conceitos, mas os reconstruíssem de forma ativa, atribuindo-lhes sentido pessoal.

No contexto desse grupo, por exemplo, os estudantes escolheram não só pela apresentação de slides que contariam o processo de decisão dos salários, bem como os valores dos salários e a quantidade de profissionais de cada setor, mas também construíram uma maquete que representa o espaço ocupado por um deles: a cozinha do restaurante, na qual trabalhariam os cozinheiros (ver figura 4). Assim, o grupo não só apresentou aspectos importantes acerca de nexos do conceito (como dependência, interdependência e variância), mas também questões relacionadas à justiça social.

Na figura a seguir, o estudante ensaia a apresentação dos slides referentes ao Encontro 2, sobre os salários dos funcionários. Ao lado, um dos professores segura a maquete da cozinha (que conta com uma representação dos "chefs", recortada de uma revista), construída pelo grupo.

Figura 4 – Apresentação da síntese coletiva



Fonte: Arquivos do projeto.

Além disso, as ações dos professores fora, essenciais para promover a consciência dos estudantes sobre o que estavam aprendendo. Como apontam Gladcheff et al (2022, p. 38), "a mediação permite essa relação entre atividade e consciência, confere formas psíquicas qualitativamente novas e superiores". Durante a confecção dos materiais, os professores circulavam entre os grupos, fazendo perguntas que objetivavam tencionar os estudantes a pensar criticamente sobre suas escolhas. Essas intervenções não apenas orientaram o trabalho dos grupos, mas também ajudaram os estudantes a desenvolverem uma consciência mais objetiva sobre a função.

A apropriação dos conceitos pelos estudantes foi um processo que se deu por meio da conexão entre a matemática e a realidade, conforme defendem Sousa e Moura (2019, p. 1098). Ao trabalhar com temas como custos trabalhistas, lucros e prejuízos, e estratégias de expansão, os estudantes usaram fórmulas e cálculos, mas também refletiram sobre como esses conceitos se relacionam com movimentos da vida real. Essa abordagem permitiu que eles compreendessem as funções matemáticas não como "fórmulas soltas", mas como ferramentas para perceber e transformar a realidade.

Ainda que as apresentações aos investidores simulados não tenham ocorrido nesse encontro, o processo de confecção e organização dos materiais revela elementos importantes para a avaliação do processo e da organização do ensino ao gerar diversos dados (discussões, decisões, ações, reflexões) e registros (*slides*, cartazes, maquetes, anotações, entre outras - ver figura 5) dos movimentos dos sujeitos, a serem observados e analisados pelos educadores.

Figura 5 – Composição de imagens de maquetes produzidas pelos grupos responsáveis pelo Encontro 1 e pelo grupo responsável pelo próprio encontro 5



Fonte: Arquivos do projeto.

Assim, ao construir maquetes, *slides* e cartazes, os estudantes tiveram que analisar aspectos específicos da realidade do restaurante, transformando-os em leis qualitativas e quantitativas que pudessem ser comunicadas de forma objetiva. Essa tarefa apresentou indícios de propício contexto para o desenvolvimento do pensamento teórico. Como, a partir de nossas reflexões acerca de Sousa e Moura (2019), essa é a essência do estudo das funções: compreender a realidade por meio de movimentos que, quando isolados e analisados, podem ser transformados em leis matemáticas capazes de organizar e generalizar os movimentos da própria vida.

Considerações sobre a tarefa

Na mesma medida em que se aproxima de todos os demais, nos quais há uma discussão sobre aspectos do conceito imbricada na solução de uma demanda/tarefa, o Encontro 5 parece se distanciar dos outros por suas especificidades. É possível que, talvez, dentre entre os estudantes, nós professores ou, até mesmo, ao leitor, tenha-se pensado que nesse encontro, não tivemos "nada

novo". Talvez, a proposta de revisitar tudo que fizemos cause uma sensação como essa.

Entretanto, as pinceladas, os erros, as pesquisas, os entendimentos e desentendimentos no processo de organização para a cotação de uma história (a do restaurante, de suas funções e, mesmo que os *apresentadores* não soubessem disso, se apropriar do conceito de função) revelam, na verdade, aspectos que evidenciam a consolidação de nova qualidade, à medida em que os sujeitos, munidos dos produtos anteriores do processo, apresentaram a possibilidade de articular ideias intrinsecamente vinculadas à essência do conceito de função, por meio da articulação de seus nexos.

Assim, o Encontro 5, que não encontra fim em si mesmo, apresentou-se não como um "respiro" ou um intervalo, mas como importante momento de construção do novo. Trata-se da culminância não para o outro (os professores, os investidores), mas de uma culminância para si, para o próprio grupo e os educandos que os compõem, a medida em que percebem suas capacidades de articular os novos saberes, entrelaçando-os, com os anteriores, percebendo não somente seus entraves e limitações particulares, mas também do processo, dos encontros e tarefas, como um todo.

Assim, em perspectivas posteriores, o Encontro 5, foi percebido como um encontro necessário e que deveria não só ser aprimorado, mas expandido, dada a necessidade de tempo para que os objetivos aos quais se propõe alcançar sejam viáveis e possíveis.

Referências

MORAES, S. P. G. *Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática: contribuições da teoria histórico-cultural*. 2008. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em: http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-16032009-145709/. Acesso em: 9 nov. 2024.

MOURA, M. O. A aprendizagem inicial do professor em atividade de ensino. In: LOPES, A. R. L. V.; TREVISOL, M. T. C.; PEREIRA, P. S. (Orgs.). *Formação de professores em diferentes espaços e contextos*. Campo Grande, MS: Editora UFMS, 2011.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. (Orgs.). *Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001.

MOURA, M. O.; ARAÚJO, E. S.; MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L.; RIBEIRO, F. D. Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, abr. 2010. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1981-416X2010000100012&lng=es&nrm=iso. Acesso em: 6 nov. 2024.

MOURA, M. O.; ARAUJO, E. S.; SERRÃO, M. I. B. Atividade orientadora de ensino: fundamentos. *Linhas Críticas*, [S. l.], v. 24, p. e19817, 2019. DOI: 10.26512/lc.v24i0.19817. Disponível em: https://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas/article/view/19817. Acesso em: 20 nov. 2024.

OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (Orgs.). *Verbetes da atividade orientadora de ensino: grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem*. Capivari de Baixo: Editora Univinte, 2022.

RUBTSOV, V. A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, C.; et al. (Orgs.). *Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

VIGOTSKI, L. S. *A formação social da mente*. Tradução de J. C. Neto et al. Organização de M. Cole et al. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

CAPÍTULO 9: O QUE É FUNÇÃO: UMA SÍNTESE DO MOVIMENTO DE APROPRIAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO NO ÚLTIMO ENCONTRO DO CLUBE DE MATEMÁTICA ENSINO MÉDIO

Giovanna Lima Amancio Moraes
Gabriella Rosa Pereira

Neste capítulo, apresentaremos uma análise realizada a partir dos materiais produzidos e das experiências vivenciadas no 6º e último encontro do projeto Clube de Matemática Ensino Médio (CluMat Ensino Médio), projeto voltado ao ensino do conceito de funções com os estudantes da 1ª Série do Ensino Médio. O encontro 6, intitulado "*Shark Tank Goiânia*", faz referência a um programa, no qual empreendedores de diversos setores apresentam suas ideias de negócio para possíveis investidores que, após conhecerem, questionarem e discutirem a proposta, decidem se irão investir ou não na ideia apresentada.

O objetivo desse encontro foi o de que os estudantes apresentassem o planejamento do restaurante que construímos ao longo dos encontros anteriores, analisassem todo o processo em que estiveram inseridos, e, no decurso de tal feito, tivessem a oportunidade de tomarem consciência da sua participação, e importância, em todo o processo de construção do conhecimento matemático que trabalhamos a respeito de funções pautado no movimento lógico-histórico do conceito. Vale destacar que todos os encontros anteriores a esse foram relatados nos capítulos antecessores deste livro, e, para melhor compreensão deste capítulo, recomendamos a leitura prévia deles.

Assim, as apresentações dos estudantes aconteceram seguindo a ideia do *Shark Tank*, no qual os próprios estudantes fizeram o papel de empreendedores, e convidamos professores e licenciandos vinculados ao CluMat Ensino Médio - que não

estavam participando dos encontros anteriores, mas conheciam o projeto e seu planejamento - para serem apresentados como os possíveis investidores do projeto do restaurante. Essa participação foi importante, pois eles contribuíram com uma visão externa ao processo, ao não estarem presentes no decorrer dos encontros, porém, presenciaram a síntese construída pelos estudantes de todo esse movimento. Além disso, vale destacar que os convidados também possuíam contato com o arcabouço teórico no qual se alicerça o projeto, contribuindo também no ponto de vista teórico.

Como esse encontro aborda, mesmo que brevemente, todo o processo que vivenciamos, podemos destacar os nexos internos[1] que objetivamos trabalhar, tais como as relações de dependência e interdependência, fluência, campo de variação, bem como o reconhecimento e distinção entre equações e umas funções lineares (pensando nas diferenças existentes a partir do conceito de variável e incógnita), e os conteúdos de função afim, lei de formação, domínio, contradomínio e imagem, em forma de sínteses. Entretanto, o possível diferencial desse encontro seria que, nesse momento, os próprios estudantes foram colocados no movimento para explicar o que eles se apropriaram conceitualmente a respeito do conceito de função.

Dessa forma, os estudantes ao estarem inseridos na Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA)[2] apresentada, tiveram a oportunidade de cada um, seja individualmente ou em pequenos grupos, elaborar sínteses a partir do movimento lógico-histórico, da mesma forma em que os professores em formação, também

[1] "Os nexos internos explicitam o processo histórico de criação humana de um conceito, bem como as necessidades que o geraram" (Macedo, et al., 2022).

[2] "A situação desencadeadora de aprendizagem é a totalidade do processo de planejamento, desenvolvimento e avaliação a partir da Atividade Orientadora de Ensino (AOE). Isto é, a situação precisa engendrar o movimento histórico do conceito expresso na necessidade de elaboração que desencadeará no sujeito envolvido com ela, motivado pelo problema desencadeador e a necessidade em dele se apropriar, o que será objetivado na síntese coletiva da situação proposta" (Silva, et al., 2022, p. 56).

inseridos nesse mesmo movimento, em conjunto, tiveram. Pois, ao concordarmos com Sousa (2018), entendemos que

> Nesse sentido, ao defender que o ensino de álgebra seja criativo, de forma a permitir a professores e alunos se entenderem na realidade e no movimento da realidade, a partir da compreensão do pensamento algébrico enquanto descrição de movimentos, estamos acenando que o movimento lógico-histórico da álgebra faça parte da organização do ensino, tanto da Educação Básica, quanto dos cursos de licenciatura de Matemática, a partir de situações desencadeadoras de aprendizagem que considerem os nexos conceituais dos conteúdos (Sousa, 2018, p. 59).

Sendo assim, quando analisamos nós, sujeitos imersos na atividade de ensino, professores, e, principalmente, os estudantes em atividade de aprendizagem, baseando-se nos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) (Moura, 1996), entendemos que o que move a ação humana são as necessidades. Nesse sentido, pensando em como os estudantes poderiam perceber a necessidade da apropriação dos conceitos sobre função, juntamente com elementos que entendemos como constituintes desse conceito (como os nexos de fluência e interdependência, que estão, também, intrínsecos à realidade), organizamos para que a realidade durante os encontros, no ambiente da sala de aula, refletisse a realidade, na qual foi construído, historicamente, o conceito, por meio do recorte da criação do restaurante.

Portanto, ao pensarmos nesse encontro e intrinsecamente nos nexos internos da função, destacamos que, desde o princípio dos encontros, estávamos criando, conjecturando e dando continuidade às necessidades que surgiam ao longo da nossa história e que, ainda, estão em constante movimento. Pensando em como esse movimento se deu, de modo fluente, à medida em que os conceitos eram apresentados e discutidos, como por meio da construção das discussões sobre o conceito de variável, que, segundo Caraça (1998, p.120) "vê na fluência, a primeira das suas características", conceito esse que esteve presente, por exemplo,

nas horas em que os funcionários do restaurante iriam trabalhar, nos lucros que poderiam ter com o restaurante, entre outros. Assim como, também, a interdependência entre os conjuntos de acontecimentos e tomadas de decisões ao longo da história.

Sendo assim, ao longo deste capítulo, aprofundaremos na ideia de que os nexos internos propiciam aos estudantes "pensar cientificamente, de forma a elaborarmos pensamento teórico sobre a realidade que nos cerca" (Sousa, 2019, p. 1098), a medida em que nesse sujeito, o processo proposto pelo CluMat Ensino Médio, na edição apresentada neste livro, encontra culminância, evidenciando resultados e perspectivas futuras.

Descrição da tarefa: Shark Tank Goiânia

O último encontro do projeto CluMat Ensino Médio buscou concluir, por meio da apresentação da proposta de restaurante dos estudantes, todo o processo construído ao longo dos encontros. Neste dia, convidamos pessoas externas à equipe, os supostos investidores, que não haviam participado ativamente dos encontros, mas que já conheciam a proposta do projeto, como o tutor do Programa de Educação Tutorial da Matemática (PETMAT) e alguns bolsistas do mesmo programa.

Por ser o encerramento dos encontros, os estudantes ocuparam-se de finalizar a produção dos materiais para a exposição e as respectivas apresentações nos dois primeiros horários da escola, em seguida eles foram para o recreio e, voltaram-no retorno, realizamos o encontro nos três últimos horários. Desse modo, utilizamos todos os horários da manhã da escola, com início às 7h20 e término às 12h, para que fosse possível concluir todo o planejamento.

Dessa maneira, no primeiro momento, o tempo foi dedicado para que os alunos terminarem as produções e materiais que seriam utilizados na apresentação, envolvendo apenas a equipe e os estudantes, a fim de organizar as apresentações e deixá-los mais seguros diante dos convidados. Também foi entregue uma folha de

registro[3] para os estudantes respondessem individualmente e refletissem sobre o projeto.

Após o intervalo dos estudantes, um dos professores do projeto retomou o encontro com a apresentação dos convidados. Para isso, utilizamos *slides* contendo a foto de cada um e um breve currículo fictício dos investidores, em prol da problemática apresentada na história. O objetivo era que os estudantes se sentissem de fato participantes do programa "*Shark Tank*" e que os convidados assumissem a postura dos investidores desde a vestimenta até a forma de analisar as propostas e questioná-las.

Dadas as formalidades iniciais, os alunos expuseram e apresentaram as produções e materiais elaborados no encontro anterior. Cada grupo ficou responsável por apresentar uma síntese dos encontros do projeto, em até 10 minutos, totalizando cinco grupos, cada um responsável por um dos cinco encontros, respectivamente, sendo o primeiro grupo do Encontro 01, o segundo grupo do Encontro 02, e assim por diante. Nas apresentações, organizamos para que cada grupo apresentasse as etapas do processo de criação do restaurante que realizamos durante todos os encontros anteriores, contendo a história, os nexos conceituais e a tarefa do encontro referente ao grupo.

O primeiro grupo, expôs uma maquete (ver Figura 1) e explicou qual a localização do restaurante, como seria a estrutura da cozinha e os equipamentos do salão, os fornecedores, e a equipe de funcionários. O segundo apresentou os salários estabelecidos para cada funcionário que haveria no restaurante, sendo estes: *marketing*, faxineiros, cozinheiros, garçons e contadores. Também

[3] Perguntas contidas na folha de registro: Como você explicaria o conceito de função para uma pessoa que não participou do Clube de Matemática? Quais os elementos necessários para compreender o conceito de função? Você percebe alguma situação do restaurante que envolva o conceito de função? E no seu cotidiano? Explique; O que você achou da história do restaurante? Como você se sentiu fazendo parte dessa história e tendo que convencer os investidores? Como você avalia a metodologia aplicada nas aulas? Como você avalia seu desempenho no decorrer dos encontros? Comentários, sugestões e elogios.

foram produzidas manualmente as carteiras de trabalho de cada equipe de funcionários para ilustrar a situação, atentando-se para o quanto isso custaria para o restaurante.

Figura 1 – Registro da apresentação do primeiro grupo



Fonte: Arquivos do projeto.

O terceiro, expôs o lucro e utilizaram um cartaz para representar as relações de vendas e custos do restaurante, ou seja, a definição da lei de formação estabelecida para calcular o lucro, e produziram uma caixa registradora como forma de material ilustrativo, além de transformarem uma calculadora em uma maquininha de cartão. O quarto grupo, incumbido de apresentar a parceria e o modo de organização das entregas, expuseram por meio de *slides*, a lei de formação estabelecida para calcular os custos das entregas, além de produzirem maquetes que simulavam as ruas por onde o entregador iria passar (ver Figura 2).

Figura 2 – Registro da produção das maquetes simulando as ruas das entregas



Fonte: Arquivos do projeto.

Por fim, o quinto grupo apresentou uma síntese de todo o projeto e definiu o valor final do investimento, para enfim, convencer os investidores de que o projeto do restaurante valia a pena e traria bons resultados. O grupo apresentou também o nome do restaurante, escolhido anteriormente por meio de uma votação com a turma, dentre as três opções a escolhida foi "Fórmula do Sabor", e as outras duas eram "Geometria Gastronômica" e "Teorema do Paladar". Vale ressaltar que a ideia de nomear o restaurante e as opções de nomes foram ideias dos próprios estudantes. Também produziram um cheque, no tamanho de uma cartolina, simulando os cheques utilizados em programas televisivos, para que os investidores assinassem ao darem a resposta final.

Ao concluírem esse momento, os professores relembraram os nexos conceituais, com uma síntese sobre o conceito de função, além de explicarem questões acerca do desenvolvimento das tarefas e dos aspectos do movimento lógico-histórico contidos na construção do conceito.

Posteriormente, os investidores foram convidados a fazerem suas colocações a respeito do projeto, avaliando aspectos como a participação, o engajamento do grupo e, principalmente, o conceito de função por trás das decisões tomadas no restaurante. Após analisarem a proposta e serem convencidos de que seria um bom investimento, os convidados resolveram investir no restaurante e assinaram o cheque.

Em seguida, caminhamos não só para a finalização do encontro, mas também para a finalização desta edição do CluMat Ensino Médio. Portanto, organizamos um almoço para todos os presentes, trazendo um momento de descontração especialmente delicioso e que proporcionou para todos os envolvidos uma oportunidade de socialização. Ademais, houve os nossos agradecimentos e considerações sobre toda a nossa trajetória com os estudantes, tanto do nosso ponto de vista quanto no deles. E por último, realizamos a entrega de certificados de participação para os estudantes da turma, como uma forma de parabenizá-los e destacar

ainda mais a importância deles, para que todo esse movimento de aprendizagem acontecesse, e pensando nesse movimento, faz-se necessário analisá-lo e refletir sobre seus acontecimentos, em especial, desse último encontro.

Análise dos elementos essenciais da tarefa que compõem a síntese do conceito

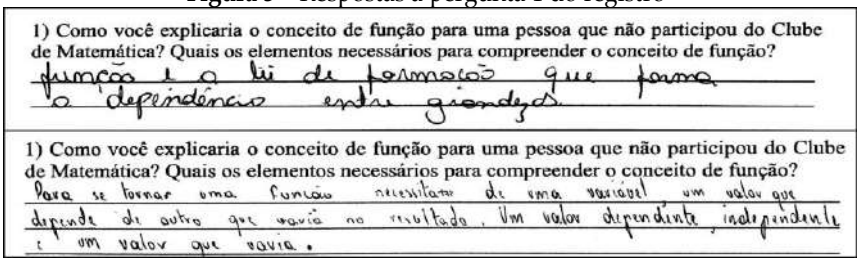
Ao pensarmos sobre o conceito de função, é possível observar diferenças nos modos de compreendê-lo, principalmente no que tange à função quando refletimos sobre esse conceito como o estudo dos movimentos da vida. No momento que analisamos o modo que os estudantes estão compreendendo o conceito de funções nas escolas, percebemos que existe uma lacuna a respeito da compreensão da essência do conceito e, nesse sentido, compartilhamos da ideia de que o ensino paute-se nos nexos conceituais, uma vez que, negligenciados, dentre os elos que constituem o conceito, evidenciam-se os nexos externos, resultando em uma aprendizagem baseada em "decorar" aspectos externos de função, podendo causar uma dificuldade nos estudantes em compreender, de fato, a totalidade do conceito e reduzi-lo até mesmo em uma "fórmula", um "f de x" e às representações em diagramas e planos cartesianos. Tal situação é discutida por Sousa (2019) ao afirmar que:

> No caso da função, os nexos externos são predominantes nas aulas de matemática e podem ser representados pela expressão f(x). A não compreensão desse conceito, por parte dos alunos do Ensino Médio, explicita-se nas aulas de Física e Química, por exemplo, quando a função deixa de ser apresentada na forma de f(x). Os alunos se perdem (Sousa, 2019, p. 1082).

Um dos aspectos que achamos necessário analisar, principalmente ao final de todo o processo que tivemos com os estudantes, é perceber se houve alguma mudança no modo em que

os educandos concebem o conceito de função, avaliando sobre quais nexos internos e externos eles se apropriaram. Acreditamos que ao longo de todo o encontro, nas apresentações, nas falas dos estudantes, entre outros momentos, é possível observar algumas mudanças. Para esse capítulo, escolhemos analisar algumas respostas da primeira pergunta da folha de registro entregue para os estudantes no último encontro.

Figura 3 – Respostas à pergunta 1 do registro[4]



Fonte: Arquivos do projeto.

Planejamos essa primeira pergunta com o intuito de criar uma oportunidade de os estudantes deixarem registrado suas próprias sínteses do conceito. Com isso, é interessante perceber que a representação algébrica da função "f(x) = ax + b", tão utilizada nas aulas de matemática para representar uma função, não foi escolhida por esses estudantes, que optaram por escrever os elementos que eles entendem como necessários para explicar/apresentar o conceito.

Partindo para os nexos conceituais, notamos que alguns dos externos - lei de formação e variável - continuam presentes no entendimento dos estudantes e consequentemente nas respostas *"função é a lei de formação"*, *"Para se tornar uma função necessita de uma variável"*, uma vez que eles também são necessários na apropriação do conceito. Mas, após os encontros do CluMat Ensino Médio, além deles, também notamos alguns dos nexos internos - relações de

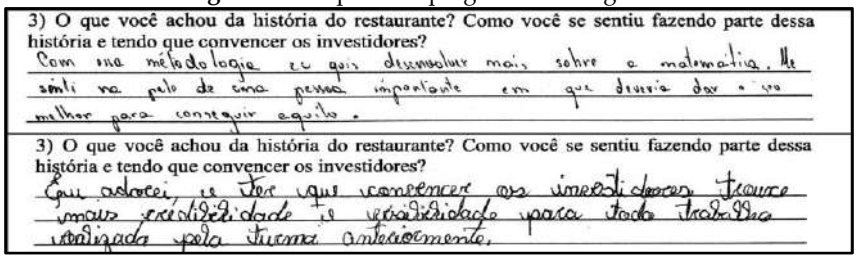
[4] Transcrição da figura 3: primeira resposta "função e a lei de formação que forma a dependência entre grandezas", segunda resposta "Para se tornar uma função, necessita de uma variável, um valor que depende de outro que varia no resultado. Um valor dependente, independente e um valor que varia".

dependência e interdependência e campo de variação *"dependência entre grandezas"*, "*Um valor dependente, independente e um valor que varia"*. Tais respostas apresentam indícios de que as tarefas possibilitaram aos estudantes "analisarem e compreender movimentos regulares e irregulares da vida" (Sousa, 2019, p. 1098).

Ao dizer que existe uma "*dependência entre grandezas*", é possível argumentar quanto a compreensão, por parte do estudante, de que existem múltiplas grandezas que se relacionam entre si, por isso, acreditamos que o nexo conceitual, relações de dependência e interdependência, evidencia-se nessa resposta. Da mesma forma, na segunda resposta, ao escrever "*Um valor dependente, independente e um valor que varia"*, o estudante indica perceber a importância do aspecto (o nexo) supracitado e do nexo campo de variação (Sousa; Panossian; Cedro, 2014), ao ter noção que existe também um valor que variará no processo.

Outra pergunta do registro que consideramos importante destacar é a terceira pergunta, sobre o que os estudantes acharam da história do restaurante e como se sentiram ao participar desse processo, e ao final, ter que apresentá-lo e convencer os investidores. A pergunta e algumas respostas estão apresentadas na Figura 4.

Figura 4 – Respostas à pergunta 3 do registro[5]


3) O que você achou da história do restaurante? Como você se sentiu fazendo parte dessa história e tendo que convencer os investidores?
Com ma metodologia eu quis desenvolver mais sobre a matematica. Me
senti na pele de uma pessoa importante em que deveria dar o seu
melhor para conseguir aquilo.

3) O que você achou da história do restaurante? Como você se sentiu fazendo parte dessa história e tendo que convencer os investidores?
Eu adorei, e ter que convencer os investidores trouxe
mais credibilidade e visibilidade para todo trabalho
realizado pela turma anteriormente.

Fonte: Arquivos do projeto.

[5] Transcrição da figura 4: primeira resposta "Com essa metodologia eu quis desenvolver mais sobre a matemática. Me senti na pele de uma pessoa importante em que deveria dar o seu melhor para conseguir aquilo", segunda resposta "Eu adorei e ter que convencer os investidores trouxe mais credibilidade e visibilidade para todo o trabalho realizado pela turma anteriormente".

Analisando a primeira resposta, o estudante destaca que *"Com essa metodologia eu quis desenvolver mais sobre a matemática"*, referindo-se, quanto à "*metodologia*" à história e todo o processo que vivenciamos nesses encontros. Dessa forma, há indícios de que nos aproximamos do movimento de instigação do interesse de alguns dos estudantes, além da percepção das necessidades de aprender matemática e, mais especificamente, função.

Em seguida, na segunda resposta, o estudante destaca a credibilidade e visibilidade que as ações de terem que apresentar e convencer os investidores, trouxeram para *"todo o trabalho realizado pela turma anteriormente"*. Então, por parte dos estudantes, é possível dizer que esse processo foi importante e impactou a aprendizagem deles ao se colocarem reflexivos diante de todo o processo, além de se importarem verdadeiramente com o que estava sendo feito.

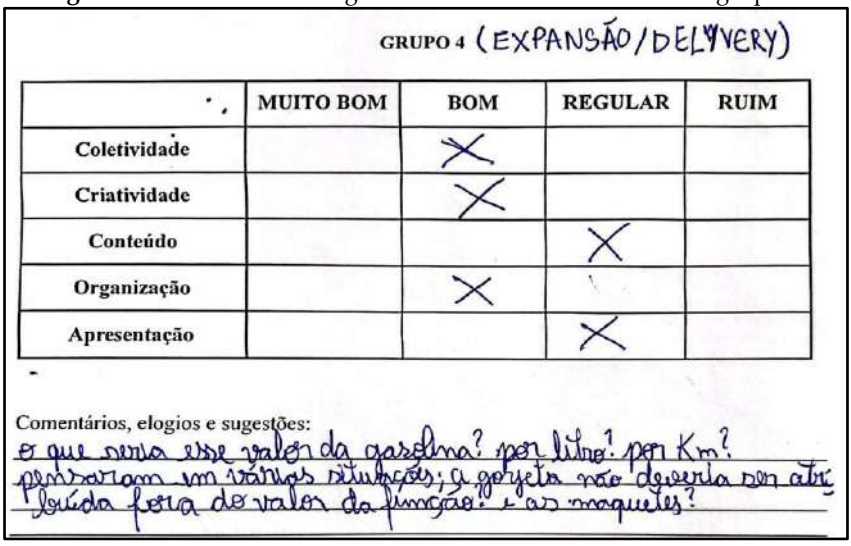
Percebemos então que seria importante, também, obtermos o *feedback* dos convidados, e, para isso, foram entregues fichas de avaliação das apresentações para cada convidado, as quais serviriam, tanto para registro de apontamentos feitos oralmente durante o encontro, como, também, para o registro escrito de comentários, elogios e sugestões a serem analisados pelos membros, professores, do projeto em um momento posterior, a fim de perceber pontos que precisam ser melhorados, tanto no planejamento, quanto no desenvolvimento dos encontros. Sob o ponto de vista dos convidados-investidores houve muitos comentários positivos sobre a organização das apresentações de aspectos do restaurante e do restaurante como um todo, a criatividade e a forma como os estudantes se apropriaram dos nexos conceituais da função destacaram-se.

Acerca da apropriação conceitual Vygotsky (1989a, p. 64) apontava que "Todas as funções no desenvolvimento da criança aparecem duas vezes: primeiro, no nível social, e depois no nível individual". Tal perspectiva é percebida neste último encontro pelos convidados, e principalmente por nós, professores, que acompanhamos todo esse processo. Foi notório a forma como os

estudantes se sentiram à vontade e pertencentes aquela criação em conjunto e como, por meio das discussões em grupo, se apropriaram do conceito de função ao longo dos encontros.

Sobretudo, é possível evidenciar que nem todos os objetivos planejados foram alcançados, o que nos leva a perceber a limitação das nossas tarefas e o quanto ainda é possível desenvolver e melhorar as mesmas, não apenas no planejamento, mas até mesmo em nossa organização do ensino. É interessante como isso se refletiu também nas apresentações finais, tornando compreensível, para nós, os aspectos que podemos melhorar. No comentário feito por um dos convidados é possível analisar um desses aspectos, a seguir na Figura 5:

Figura 5 – Comentário do registro dos convidados referente ao grupo 4[6]



GRUPO 4 (EXPANSÃO/DELIVERY)

	MUITO BOM	BOM	REGULAR	RUIM
Coletividade		X		
Criatividade		X		
Conteúdo			X	
Organização		X		
Apresentação			X	

Comentários, elogios e sugestões:
o que seria esse valor da gasolina? por litro? por Km? pensaram em várias situações; a gorjeta não deveria ser atribuída fora do valor da função? e as maquetes?

Fonte: Arquivos do projeto.

O comentário refere-se à apresentação feita pelo grupo responsável pelo sistema de entregas do restaurante e aponta alguns quesitos que ficaram confusos, como quais seriam os valores

[6] Transcrição da figura 5: o que seria esse valor da gasolina? por litro? por km? pensaram em várias situações; a gorjeta não deveria ser atribuída fora do valor da função? e as maquetes?

dependentes e independentes da função apresentada. Era compreensível que parte dos estudantes ficassem nervosos diante de toda a turma e dos convidados e, por isso, tivessem certa dificuldade em expressar de forma precisa tudo o que haviam aprendido e planejado para o Encontro 06.

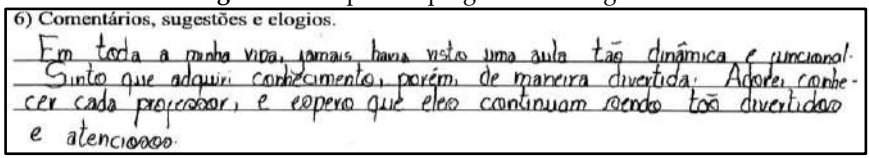
No entanto, percebemos em conjunto, uma falha, que também foi percebida pelos convidados, na compreensão dos nexos conceituais trabalhados na parte do *delivery*, em retrospectiva do Encontro 04 que tivemos problema na forma como trabalhamos as ideias dos conjuntos domínio, contradomínio e imagem da tarefa com os estudantes.

Tal problema se deu devido à falta de compreensão do nexo conceitual que objetivamos trabalhar com os estudantes no Encontro 04 denominado "OUUUU Ó O LANCHE, UAI!!!!!!!!", sendo esse nexo campo de variação. Acreditávamos que tal nexo interno referia-se apenas como um campo das variações e fizemos uma conexão direta com o que seria a síntese do conceito, que são os conjuntos domínio, contradomínio e imagem da função. Ao fazer essa relação direta, não olhamos para a gênese intrínseca nesse nexo, que está relacionada com os movimentos regulares da vida e suas variações, que podem ser estabelecidas de forma algébrica.

Consequentemente, percebemos que deveríamos ter uma compreensão maior desse nexo conceitual para que o movimento de síntese e reflexão do Encontro 04 tivesse uma participação mais significativa no processo de aprendizagem dos estudantes, e que por fim, poderia resultar em uma melhor apresentação dos quesitos que foram definidos como confusos no comentário referente a apresentação.

Deste modo, ao olharmos para todos esses levantamentos realizados na análise deste capítulo, tanto os positivos, quanto os negativos, destacamos essa resposta da última pergunta do registro (ver figura 6).

Figura 6 – Resposta à pergunta 6 do registro[7]


6) Comentários, sugestões e elogios.
Em toda a minha vida, jamais havia visto uma aula tão dinâmica e funcional. Sinto que adquiri conhecimento, porém de maneira divertida. Adorei conhecer cada professor, e espero que eles continuem sendo tão divertidos e atenciosos.

Fonte: Arquivos do projeto.

Essa sexta pergunta foi adicionada para que os estudantes deixassem algum comentário, sugestões e elogios para o projeto e para os professores também. Portanto, ao depararmos com um comentário com tamanha sinceridade e admiração, seria impossível não impactar na nossa formação profissional, e para além dela, na nossa personalidade, pois, de acordo com Silva (2023), a constituição da personalidade do professor assumindo o papel de ensinar é desenvolvida na sociedade ao longo de sua trajetória, enquanto ser histórico e social.

Finalizar a análise com esse comentário, tem como intuito inspirar e motivar nós professores a continuarmos - ou quem sabe começar - a dar a oportunidade para os nossos estudantes, assim como para o estudante dessa resposta, que adquiriu *"conhecimento, porém, de maneira divertida"*, pois a organização do ensino de matemática precisa ser voltada para a aprendizagem dos estudantes e pensada em como esses sujeitos irão se sentir ao longo de todo esse processo também.

Considerações sobre o último encontro

Por fim, faz-se necessário verificar o quanto do nosso objetivo para com esse encontro apresenta indícios de que foi alcançado em alguns momentos, além de refletir sobre os aspectos que podem ter influenciado esse resultado, tanto positivamente quanto

[7] Transcrição da figura 6: Em toda a minha vida jamais havia visto uma aula tão dinâmica e funcional. Sinto que adquiri conhecimento, porém de maneira divertida. Adorei conhecer cada professor, e espero que eles continuem sendo tão divertidos e atenciosos.

negativamente. Retomando o objetivo citado anteriormente, pretendíamos que os estudantes apresentassem os encontros que tivemos ao longo do projeto, conscientes de todo o processo e da sua importância na participação dele. Pensando na vivência que tivemos com os estudantes, além das reflexões realizadas na análise deste capítulo, concordamos que há indícios de que os educandos de maneira coletiva e reflexiva, sentiram-se interessados e parte da história, pois alguns impactos na aprendizagem deles puderam ser observados, tais como a apropriação do conceito de função e a necessidade de aprender - e fazer - Matemática.

Ao pensar em possíveis melhorias - visto que um de nossos papéis como professores é sempre estarmos em constante movimento e reavaliação das nossas ações - destacamos que algumas mudanças no planejamento são necessárias para que ele se adeque a turma e ao processo que estamos construindo. Uma mudança seria, por exemplo, auxiliar de maneira mais adequada no processo de estruturação das apresentações feitas pelos estudantes, levando possíveis tópicos ou perguntas norteadoras, para que eles consigam ter uma organização de quais assuntos precisam ser falados, como a história do encontro, a tarefa que foi realizada, entre outros.

Com isso, sugerimos também que caso queira realizar esse encontro, tornar os membros da escola - como outros professores, coordenadores, diretores, pessoas interessadas em contribuir com o projeto - os investidores da criação do restaurante seria uma ideia interessante, para que assim a ação englobe mais integrantes do ambiente escolar, e traga a colaboração de uma visão externa ao processo.

Outro aspecto que gostaríamos de destacar, neste momento de conclusão, refere-se à retomada da Figura 4 apresentada anteriormente na análise do encontro, e dar ênfase na referência que o estudante fez acerca da "metodologia" do nosso projeto, nos levando a refletir sobre a seguinte pergunta: afinal, qual é a metodologia que utilizamos no CluMat Ensino Médio?

Não seria correto dizer que a nossa metodologia é a AOE, pois ela vai além do método, ela possui uma vasta bagagem teórica

também. Por isso concordamos com Giacomelli et al (2022, p.46) ao apontar que ela é uma "proposta teórica e metodológica para a organização do ensino que consideramos propulsora do desenvolvimento dos sujeitos envolvidos com elas" sendo esses sujeitos os professores em atividade de ensino e os estudantes em atividade de aprendizagem. Portanto essa "metodologia" a que ele se refere seria na verdade o nosso princípio teórico-metodológico, a Atividade Orientadora de Ensino, o qual nos sustentamos durante todo o processo de planejamento e ação dos encontros, e, também, durante o processo de escrita deste livro.

Portanto, após redigirmos, não só esse, mas todos os encontros que realizamos, reconhecemos o impacto de tal feito em nossa formação, e, consequentemente, ao ter concluído a leitura de todos ou algum deles, esperamos que o mesmo tenha acontecido, em algum grau, a você também. Concordamos com Silva (2019) que:

> [...] compreender o processo de formação de professores no projeto Clube de Matemática implica compreender a necessidade de estabelecimento dos aspectos estruturais da ação educativa, em sua intrínseca relação com o objeto, no movimento de transformação em atividade pedagógica (Silva, 2019, p. 75).

E, dessa forma, reconhecemos que um dos nossos movimentos que ocasionaram a nossa transformação em atividade pedagógica foi a escrita dos capítulos deste livro. Assim, esperamos que após a leitura destes capítulos, tais movimentos possam expandir-se para além da nossa atividade pedagógica, atingindo outros professores que, também, estão em contínua formação.

Referências

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da matemática.* 2. ed. Lisboa: Gradiva, 1998.

GIACOMELLI, C. P.; BINSFELD, C. D.; KLEIN, M. L. Atividade orientadora de ensino. In: OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (Orgs.). *Verbetes da atividade orientadora de ensino: grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem.* Capivari de Baixo: Editora Univinte, 2022. p. 46-50.

MACEDO, G. T.; et al. Nexos conceituais. In: OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (Orgs.). *Verbetes da atividade orientadora de ensino: grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem.* Capivari de Baixo: Editora Univinte, 2022. p. 24-26.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. *Bolema,* São Paulo, ano II, n. 12, p. 29-43, 1996.

SILVA, A. T. A.; et al. Situação desencadeadora de aprendizagem. In: OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (Orgs.). *Verbetes da atividade orientadora de ensino: grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem.* Capivari de Baixo: Editora Univinte, 2022. p. 56-62.

SILVA, M. R. *Conhecimento matemático e suas significações: professores de matemática em formação inicial no Clube de Matemática.* 2019. 171 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás. Goiânia, 2019.

SILVA, M. R. *Indícios de apropriação do conceito de função por meio da aprendizagem da docência: uma proposta formativa no Clube de Matemática Ensino Médio.* 2023. 280 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Goiás, Pró-reitoria de Pós-graduação (PRPG), Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Goiânia, 2023.

SOUSA, M. C. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. *Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica,* Uberlândia, MG, v. 2, n. 1, p. 40-68, jan./abr. 2018.

SOUSA, M. C.; MOURA, M. O. Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função. *Ciência & Educação,* Bauru, v. 25, n. 4, p. 1081-1099, 2019.

SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. *Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos.* 1. ed. Campinas: Mercado de Letras, 2014. v. 1. 184 p.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente.* São Paulo: Martins Fontes, 1984.

CAPÍTULO 10: REFLEXÕES SOBRE A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES NO CLUBE DE MATEMÁTICA

Wellington Lima Cedro

A formação inicial de professores, especialmente na área de Matemática, tem sido alvo de intenso debate no cenário educacional contemporâneo. Diante de transformações sociais, econômicas e tecnológicas profundas, a escola e seus agentes são desafiados a repensar suas práticas, seus fundamentos e seus objetivos. Este capítulo situa-se nesse contexto de crise e reinvenção da educação, propondo uma análise crítica dos modelos tradicionais de formação docente e apresentando alternativas baseadas na Teoria Histórico-Cultural e na Atividade Orientadora de Ensino (AOE).

Esse texto parte do pressuposto de que a educação escolar está em xeque devido às mudanças estruturais da sociedade, impulsionadas pela revolução tecnológica, pela globalização econômica e pela predominância de ideais neoliberais. Essas transformações exigem novas competências dos indivíduos, como a capacidade de aprender continuamente, a resolução de problemas complexos, a flexibilidade cognitiva e a integração de conhecimentos multidisciplinares. No entanto, o modelo pedagógico tradicional, centrado na transmissão de conteúdos cristalizados, na memorização e na avaliação fragmentada, mostra-se insuficiente para atender a essas demandas.

O tema central do capítulo é a formação inicial de professores de Matemática por meio de espaços colaborativos de aprendizagem, especificamente o "Clube de Matemática". Esse projeto é apresentado como um ambiente formativo que possibilita a vivência da atividade docente em sua plenitude, integrando planejamento, ação, reflexão e avaliação de forma coletiva e contextualizada. O Clube de Matemática não é entendido como um

curso ou disciplina convencional, mas como um "espaço de formação' no qual futuros professores, educadores em exercício e pesquisadores interagem para construir significados compartilhados sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática.

O capítulo está organizado em duas seções principais. A primeira, "Problematizando a formação de professores", contextualiza a crise da educação e da formação docente no panorama social e tecnológico contemporâneo, criticando a pedagogia do "aprender a aprender" e defendendo a necessidade de uma formação que articule conhecimento, prática e transformação social. A segunda seção, "O clube de Matemática como espaço para a formação de professores", descreve a estrutura, os objetivos e os fundamentos do projeto, destacando como ele possibilita a experiência concreta da atividade docente, a elaboração de tarefas de ensino e a reflexão sobre os erros e acertos da prática pedagógica. Por fim, o texto conclui com reflexões sobre as vivências no Clube de Matemática, enfatizando a importância do erro como instrumento formativo, da análise coletiva das ações educativas e da contínua reestruturação da prática docente.

Problematizando a formação de professores

A atual organização política, econômica e social da nossa sociedade tem colocado em xeque a educação escolar e, consequentemente, todo o projeto pedagógico inerente à formação dos seus membros. Este fato não é de se estranhar, já que no final do século XX, presenciamos uma nova reestruturação das bases materiais caracterizadoras da produção, da economia e da política (Kuenzer, 1998). Esse novo contexto gerou um sentimento de insatisfação com o modelo de escolarização, marcadamente caracterizado pela pedagogia tradicional, que já não é mais capaz de atender as demandas insurgentes. Estas, por sua vez,

1. Exigem a criação de áreas de conhecimento que envolvam várias disciplinas;
2. Impõem um caráter dinâmico aos conteúdos escolares;

3. Põem em xeque quais os conteúdos básicos dos diversos campos do conhecimento humano;

4. Substituem a memorização pela habilidade de localizar e produzir informações;

5. Exigem novos processos de aprendizagem capazes de articular o mundo da escola ao mundo do trabalho;

6. Substituem a capacidade de aprender determinado conteúdo pela competência para continuar aprendendo; e

7. Estabelecem novos procedimentos avaliativos capazes de verificar a capacidade de resolução de problemas.

Essas novas demandas caracterizam uma transformação no cenário social, influenciada principalmente pelos avanços tecnológicos decorrentes do desenvolvimento das tecnologias de informação. Esta situação deu início a um processo de remodelação da base material da sociedade. Nesse novo contexto, a sociedade caracteriza-se primordialmente por uma reestruturação do sistema produtivo, pela economia globalizada e pelo domínio do ideário neoliberal.

Todas essas mudanças são decorrentes da atual revolução tecnológica, fundamentada por uma descentralização dos conhecimentos e informações, bem como a "aplicação desses conhecimentos e dessa informação para a geração de conhecimentos e de dispositivos de processamento/comunicação da informação, em um ciclo de realimentação cumulativo entre a inovação e o seu uso" (CASTELS, 1999, p.69).

Esse novo paradigma tecnológico possui cinco atributos essenciais para a sua compreensão (CASTELS, 1999):

I. A informação é a matéria-prima. Isto implica que a tecnologia é criada para agir sobre a própria informação, e não somente informação que age sobre a tecnologia;

II. A grande penetrabilidade das novas tecnologias, já que a informação é uma parte imprescindível da atividade humana;

III. Domínio da lógica de redes, que se caracteriza pela complexidade das interações e pelos modelos imprevisíveis que derivam dessas interações;

IV. A flexibilidade dos processos, das organizações e das instituições; e

V. Tendência de integração das tecnologias em um sistema único e integrado.

Sob a influência desse novo paradigma tecnológico, emerge uma nova economia "informacional, global e em rede" (CASTELS, 1999, p. 118). Em outras palavras, esse novo cenário econômico está baseado na capacidade dos seus agentes em gerar, processar e aplicar eficientemente a informação baseada em conhecimentos; a circulação e o consumo dessa informação estão organizados globalmente, de forma direta ou indireta; e a produtividade e a concorrência surgem em redes globais de interação. Deste modo, a unidade básica de organização da economia deixa de ser o sujeito individual, por exemplo: o operário, o empresário ou o coletivo, como a empresa, o Estado e passa a ser "a rede, formada de vários indivíduos e organizações, que se modificam conforme as redes adaptam-se aos ambientes de apoio e às estruturas do mercado" (CASTELS, 1999, p. 258).

O surgimento dessa nova economia é fundamentado principalmente pelo ideário neoliberal, que se apresenta como uma alternativa teórica à crise do capitalismo. Para Frigotto (1995), as ideias neoliberais baseiam-se nas seguintes categorias: formação abstrata e polivalente, autonomia, qualidade total, produtividade, participação, competitividade, flexibilidade, equidade, descentralização, eficiência e eficácia.

Esse cenário impõe uma dimensão cultural própria que, para Castels (1999, p. 258), "é uma cultura do efêmero, uma cultura de cada decisão estratégica, uma colcha de retalhos de experiências e interesses, em vez de uma carta de direitos e obrigações". Essa conjectura leva, de acordo com Evangelista (1997), a uma valorização do fragmentário; do macroscópico; do singular; do efêmero; do imaginário; e do imediatismo.

A educação não foge desse quadro de novas exigências e os elementos característicos da pedagogia tradicional são questionados, pois estes já não são capazes de atender as novas

demandas. Portanto, aquela pedagogia pautada nos conteúdos escolares cristalizados, na valorização da memória, nos procedimentos de avaliação fragmentados e que considera o professor o ator principal não se adequa mais a essa nova realidade dinâmica que surge. Em outras palavras, "a velha e ainda não superada escola, com sua centralização e excessiva regulamentação, já não é adequada para o novo princípio educativo" (KUENZER, 1998).

Há que se considerar também que temos uma Educação escolar permeada pelo discurso do "aprender a aprender" (DUARTE, 2000; 2003), mas ainda dominada pelas práticas e procedimentos determinados pelos meios de produção característicos do fordismo e do toyotismo.

A pedagogia do "aprender a aprender" que domina o discurso pedagógico vigente caracteriza-se, de acordo com Duarte (2000, 2003), pelos seguintes pontos: A aprendizagem passa pela ação e escolha dos conhecimentos, pois são mais desejáveis os processos de aprendizagem realizados pelo próprio indivíduo; A ênfase na utilização direta dos conhecimentos na vida cotidiana do indivíduo, pois há necessidade de preparar os indivíduos para acompanharem a sociedade que se encontra em processo constante de transformação; A funcionalidade e o pragmatismo assumem um papel essencial, pois o importante é desenvolver um método de aquisição, elaboração, descoberta e construção de conhecimentos.

Apesar desse ideário dominante, o que percebemos é a insuficiência deste modelo de Educação escolar que não é capaz de mobilizar os indivíduos rumo ao conhecimento; não consegue fazer com que o conhecimento escolar deixe de ser irrelevante para os indivíduos; e, finalmente, tem um pequeno impacto na formação do indivíduo. Esses elementos tornam a atividade do indivíduo alienante, pois carece totalmente de significado e sentido. Portanto, nesse contexto, podemos compreender a Educação escolar como um problema.

Assumir que a Educação escolar constitui um problema, implica defender que o conhecimento, como produto das relações

sociais (que são dinâmicas por excelência), exige a todo o momento uma postura de investigador por parte daqueles que têm como atividade a educação formal.

Neste sentido, ao questionarmos a Educação escolar, também estamos questionando a escola e, consequentemente, as atividades de ensino, ou seja, "as ações que têm por objetivo a unidade formadora do aluno" (MOURA, 1996, p.29). Ao conceber a atividade de ensino como uma unidade, entendemos que ela reúne os objetivos de ensino, os conteúdos e, principalmente, uma visão de como ocorre o processo de aprendizagem. Essa função essencial da atividade na formação do estudante acaba por exigir do professor um novo significado para o que é ensinar e o que é aprender nas relações dinâmicas estabelecidas na classe.

Ao analisar a atividade do professor, percebemos que o seu significado está na ação de ensinar. De certa forma, o trabalho docente possui uma autonomia inerente a ele, porém esta autonomia não é suficiente para impedir um processo de alienação do trabalho. A nosso ver, está nas condições subjetivas deste trabalho o fator de alienação. Uma das condições subjetivas do trabalho docente é o processo de formação. Esse processo de formação é incapaz de propiciar ao indivíduo a compreensão do significado da atividade docente. Ele simplesmente reduz o professor a um mero prático ou aquele que faz uso da reflexão, mas totalmente esvaziada de sentido.

Uma vasta literatura científica tem sido produzida sobre a formação de professores no Brasil e no mundo. Essa produção intensificou-se a partir dos anos 80 do século passado e constitui hoje, sem sombra de dúvida, a questão mais investigada no campo educacional. Para comprovar esta afirmação, basta fazer uma consulta rápida em qualquer base de dados, por termos gerais, tais como: formação de professores ou aprendizagem docente para encontrar milhares de trabalhos com uma diversidade de enfoques, metodologias e concepções teóricas.

No âmbito internacional, um número extraordinário de obras e artigos sobre esse tema é publicado a cada ano. Autores como

Wittrock (1986); Houston, Haberman e Sikula (1990); Sikula, Buttery e Guyton (1996); Cochran-smith e Zeichner (2005) e Cochran-smith et al. (2008) têm apresentado em seus trabalhos imensas sínteses de algumas centenas de milhares de investigações relacionadas à formação docente.

Ao olhar a produção nacional, percebemos a clara influência da literatura internacional no âmbito da formação de professores. Entre os principais autores que referenciam estas investigações, podemos citar Alarcão (2005), Carr e Kemmis (1988), Contreras (2002), Elliot (1990), Enguita (1991), Garcia (1994), Giroux (1986), Kincheloe (1997), Nóvoa (1995), Pérez Gómez (1998), Perrenoud (1992), Popkewitz (1984), Schön (1983), Shulman (1986), Stenhouse (1987), Tardiff (2002), Tavares (1997) e Zeichner (1993).

Levando em conta a relevância que essas investigações internacionais têm para o debate em torno da formação do professor, mas, sobretudo, focando especificamente a produção científica brasileira sobre este tema, constatamos que uma quantidade significativa dessa produção converge suas análises para um amplo quadro referencial que abrange desde os fatores que compõem a formação inicial e continuada até aqueles vinculados à identidade, aos saberes e à profissionalização dos docentes.

Para ajudar-nos a conhecer esta vasta e diversificada produção, autores como Warde (1993), André (2002), Ventorim (2005) e Brzezinski (2006) têm se dedicado a realizar levantamentos bibliográficos da produção acadêmica nacional vinculada à formação de professores. Se focarmos o nosso olhar na formação inicial realizada nos cursos de licenciatura, temos autores como Romanowski (2002) que se dedicou a fazer um balanço da produção científica relacionada aos cursos de licenciatura, Brown, Cooney e Jones (1990), Brown e Borko (1992), Fiorentini (1994; 2002), Xavier et al. (1996), Nacarato et al. (2002), Ferreira (2003), Miskulin et al. (2005), Melo et al. (2006) e Fiorentini, Passos e Lima (2016) que abordaram em seus trabalhos a produção vinculada à formação dos professores que ensinam Matemática.

De forma geral, estes trabalhos indicam uma ênfase nos estudos que priorizam os seguintes aspectos: a avaliação dos cursos ou de determinadas disciplinas do curso; as concepções, representações e práticas do professor e dos licenciados; a busca pela articulação entre a teoria e a prática ou a busca da unidade no processo de formação inicial; a construção de uma competência profissional aliada a compromisso social do professor; o caráter contínuo da formação do professor; o papel da interdisciplinaridade; a discussão da relação entre a formação específica e a formação pedagógica; experiências curriculares inovadoras e experiências que articulam os eixos da pesquisa, ensino e extensão.

Nesse grande contingente de trabalho, poucos se dedicou a tratar especificamente de propostas de formação de professores que permitissem discussões sobre o sentido e o significado da atividade do professor de Matemática.

Para preencher essa lacuna, os trabalhos produzidos pelo Gepape em Rede (Grupo de Estudos e Pesquisa sobre a Atividade Pedagógica), sediado na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FEUSP), nos últimos 25 anos tem se dedicado a compreender a atividade pedagógica do professor. Partindo do pressuposto de que a atividade humana é tomada como unidade básica para a compreensão dos processos de desenvolvimento humano presentes na educação escolar, esta entendida como um complexo de sistemas de atividades, diversos trabalhos foram realizados, tendo como princípio norteador o conceito de atividade orientadora de ensino (AOE) (MOURA, 1996; 2001).

A discussão sobre a formação continuada tem início com o trabalho de Moura (2000). Em sua tese de livre docência, o autor apresenta os resultados do projeto intitulado "Qualificação do ensino público e formação de professores". Tendo como principal objetivo investigar as ações que indicavam a construção da coletividade entre o grupo de professores de Matemática de uma escola pública paulista, Moura caracteriza com detalhes a natureza das atividades desenvolvidas na instituição. O principal resultado

da investigação indica a necessidade da integração das ações formadoras, de modo que elas sejam realizadas tendo como base as necessidades assumidas pelo coletivo da escola. Trilhando esse mesmo caminho, Tavares (2002), em sua dissertação, amplia o debate em torno das mudanças qualitativas das ações dos docentes que participaram do projeto. Na sua análise, ela destaca a apropriação e recriação de instrumentos conceituais pelos participantes e o papel fundamental do compartilhamento das ações pedagógicas, nas suas funções de interpelação dos pressupostos dos professores e de agregação de significado social à atividade de ensino. Em outra dissertação desenvolvida neste mesmo espaço de investigação, Camargo (2004) uma das professoras da escola pública, apresenta os elementos mobilizadores das mudanças qualitativas da prática educativa dos professores de Matemática, após o desenvolvimento de um trabalho colaborativo realizado na escola.

Continuando as investigações desenvolvidas na escola, Araújo (2003), em sua tese, centra o seu olhar nos modos como o professor da educação infantil realiza a sua aprendizagem docente ao participar de atividades de formação. Neste sentido, a autora explicita que a possibilidade efetiva de a escola gerar e gerir seus processos formativos acontece somente com o movimento que tem suas origens no próprio terreno escolar e que se caracteriza, necessariamente: pelos modos de organização coletiva; pela explicitação e documentação das práticas; por uma elaboração de instrumentos de trabalho; pela definição de critérios para reflexão; pela mobilização de experiências e pela mediação cultural.

Utilizando-se de procedimentos metodológicos semelhantes: o desenvolvimento de cursos destinados à formação continuada do professor de Matemática, ressaltamos os estudos de: Dias (2007) que enfoca a formação da imagem conceitual; Moretti (2007) que destaca o processo de elaboração de atividades de ensino e Silva (2008) que evidencia a relação entre os educadores infantis e o ensino da Matemática. Esses autores desenvolvem as suas investigações em torno da temática da aprendizagem docente. Em

sua tese, Dias conclui que o desenvolvimento da imagem conceitual individual de conceito matemático ocorre na relação indivíduo-coletividade e pode ser coerente com o significado científico elaborado historicamente por meio da realização de uma atividade orientadora de ensino, fundamentada em pressupostos lógico-históricos do conceito. Moretti (2007), em sua tese, chega à conclusão que, por meio da organização coletiva de suas ações, os professores atribuem novos sentidos às próprias ações, à mediação e à escolha de instrumentos, apropriando-se das formas de realização colaborativa da atividade de ensino. Os resultados encontrados na dissertação de Silva mostram que as propostas pedagógicas para educação infantil consubstanciadas em um currículo requerem a apropriação do modo de criação de significados do trabalho pedagógico em um contexto denominado por ele como "coletivos de formação".

Desenvolvendo o seu trabalho junto ao projeto intitulado "Oficina pedagógica de Matemática", Moraes (2008), em sua tese, enfoca o significado da avaliação em Matemática na perspectiva histórico-cultural, ao trabalhar com professores da educação infantil e das séries iniciais. Os resultados da investigação de Moraes evidenciaram que a avaliação constitui constante processo de análise e síntese e seu direcionamento é dado pelo objetivo da atividade de ensino elaborada pelo professor, ou seja, sua intencionalidade pedagógica.

Compartilhando o objeto de investigação: a avaliação, mas enfocando o processo de formação do professor na universidade, Barros (2007), em sua dissertação, busca compreender a apropriação deste conceito por parte dos estudantes de pedagogia e da licenciatura em Matemática, durante o desenvolvimento das atividades do projeto de estágio chamado "Clube de Matemática". Essa dissertação assinala mais uma vez para a necessidade de oferecer condições para que as ações de formação sejam realizadas colaborativamente.

Continuando o debate em torno da aprendizagem da docência, Lopes (2004) apresenta, em sua tese, a dinâmica de

formação dos estudantes de pedagogia e da Matemática no espaço de aprendizagem do "Clube de Matemática". Em seu estudo, ela busca compreender a formação inicial do professor tendo como base a realização de ações compartilhadas durante o planejamento, realização das tarefas e a avaliação do trabalho pedagógico. A principal constatação deste trabalho é que a aprendizagem docente se constitui por meio da mobilização e apropriação de conhecimentos que permitem mudanças qualitativas das práticas; na mudança dos motivos que desencadeiam as ações docentes; bem como na tomada de consciência sobre os sentidos e significados das ações realizadas durante o projeto de estágio.

Por fim, o trabalho que trata da formação inicial do professor é a tese de Serrão (2004) que analisa a atividade de aprendizagem de estudantes do curso de pedagogia em um projeto de ensino desenvolvido junto ao Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra (MST), tendo como base a perspectiva histórico-cultural. Os resultados do trabalho apontam para a necessidade da criação de condições coletivas para o processo de formação do professor que permitam aos indivíduos atuarem em outra dimensão humana e com outra qualidade profissional e de pensamento.

Todos esses trabalhos nos levam a compreender que a atividade de professor é a atividade de quem constrói instrumentos simbólicos para permitir a apreensão da realidade ou a atuação sobre ela num determinado universo cultural. Isto faz da atividade do professor uma atividade altamente complexa, pois lida com o conceito em seu aspecto mais abstrato: a palavra. As pesquisas citadas mostraram que há um processo de construção de significados, pelos indivíduos, das ações que realizam, sejam eles estudantes ou professores. Contudo, para que isto ocorra, é necessária a organização da atividade dentro de uma estrutura que permita colocar os indivíduos num processo de interação, possibilitando a eles o compartilhamento dos significados. Nesse movimento de estruturação das atividades, vai se constituindo a aprendizagem da prática pedagógica. Este movimento é equivalente aos processos de elaboração que qualquer indivíduo

vivencia quando se vê perante a necessidade de realizar alguma atividade na qual devem ser utilizados determinados instrumentos, definida por certos modos de ações. Nesse processo, os indivíduos, ao utilizarem os instrumentos, desenvolvem também habilidades de os usar, dão plasticidade aos seus movimentos, aprimoram-nos, tornam-se mais eficazes no seu fazer. Este mesmo processo é necessário para que o professor compreenda os conceitos como ferramentas que possam permitir aos aprendizes o acesso e a apropriação do conhecimento teórico.

Com essa preocupação de oferecer elementos de ordem teórica e prática que contribuam para o processo de aprendizagem da docência, balizamos a nossa proposta de formação acadêmico-científica do professor. Esta proposta considera como hipótese primeira que os processos formativos devam não somente possibilitar o reconhecimento e a compreensão das realidades laborais, históricas, culturais e sociais inerentes à prática do professor, mas permitir ao indivíduo a possibilidade de transformá-las e de exercer a condição de sujeito do seu conhecimento.

Dentro dessa perspectiva, os processos de formação acadêmico-científicos, a chamada formação inicial, constituem a base para a apropriação do conteúdo inerente à atividade docente. O modelo que propomos para a formação do professor de Matemática não se baseia em nenhum arquétipo teórico, complexo e marcado pela inovação; pelo contrário, ele consiste muito mais em mudar a forma de percorrer o caminho que muitos já conhecem. Em outras palavras, nós fizemos uso dos velhos instrumentos teórico-metodológicos para compreender a realidade e inserir os indivíduos em um exercício teórico, político, social e profissional (SERRÃO, 2005).

Nesse sentido, a formação do professor pressupõe o seu desenvolvimento profissional, fugindo totalmente das armadilhas do profissionalismo apregoadas por Contreras (2002), mas o vincula diretamente à apropriação do significado da atividade docente, o que permite a ele o desenvolvimento amplo e

incondicional da sua condição de homem. Essa afirmativa nos leva ao seguinte entendimento do que seja o professor de Matemática.

> [...] o sujeito que domina o conteúdo, mas é, sobretudo, o que tem a visão estratégica da sua ação no projeto de ensino da escola em que a Matemática tem um determinado valor cultural e formativo e, sendo assim, ao executá-lo, edifica-se com novas qualidades de professor ao mesmo tempo em que constrói com os alunos uma Matemática humanizadora de seus mundos (Moura, 2000, p.126).

Para concretizar essa perspectiva formativa, foi criado o projeto Clube de Matemática.

O clube de Matemática como espaço para a formação de professores

De modo geral, a finalidade do Clube de Matemática é criar um espaço de interação e diálogo entre os professores em formação, por meio de estudos, planejamentos, desenvolvimento, reflexão e análise de situações lúdicas de ensino a serem realizadas na escola. Apesar de que em cada uma das diferentes instituições eles possuem enfoques e dinâmicas distintas, compartilham o marco teórico assentado na Teoria Histórico-Cultural e tem como base teórica e metodológica a Atividade Orientadora de Ensino (MOURA, 2016; 2017).

O Clube de Matemática é por nós entendido como um projeto orientador de atividade (BOROWSKY, 2017), permite-nos pensar em um modelo formativo, pautado na coletividade, que prima pela organização do ensino, tomando como fundamento os elementos teórico-metodológicos da Atividade Orientadora de Ensino. Além disso, estabelece relações suficientes para que haja formação humana envolvendo os coordenadores, acadêmicos de graduação e pós-graduação, professores e estudantes da educação básica para além das dimensões do próprio projeto.

O Clube de Matemática surge como decorrência natural de uma concepção sobre os processos de aprendizagem extensiva ao

modo de formação compartilhada do professor, no que mais tarde denominamos espaços de formação (CEDRO; MOURA, 2007; CEDRO, 2015). O Clube de Matemática é um legítimo espaço de formação pelas características como está concebido e como concretizar essa concepção. Ao organizar os professores, de modo que estes possam interagir para a formulação de propostas de ensino, possibilita colocar em movimento os saberes individuais que se complementam; que sintetizam várias contribuições de modo a possibilitar um novo nível de compreensão do ato pedagógico pelos que vivenciam este processo reflexivo do planejar, desenvolver, e avaliar o que consideram ser uma boa atividade de ensino. Eis o movimento de mudança constante da qualidade de ser professor.

A consequência deste movimento é que temos de forma evidente uma forma de conceber um modo de formação em processo. Neste não há o bom professor, há o modo de ir se formando professor. A qualidade que define o que é ser um bom professor tem referência na literatura, mas é sobretudo na possibilidade de vivenciar estes aportes teóricos num modo geral de construção de uma proposta viva de ensino que dá a possibilidade de apropriação do significado de formar-se. Esta afirmação fundamenta-se no modo humano de se fazer humano: pelo trabalho, como nos afirma Marx, ou pela atividade, como nos diz Leontiev.

Ao considerarmos que é pelo trabalho que o homem se faz homem, e que o faz ao agir para a satisfação de necessidades motivadas pela sua vida em sociedade, devemos, como princípio de formação, possibilitar a vivência do que pode ser o trabalho do professor.

O Clube de Matemática é um bom exemplo do lugar desse exercício da atividade pedagógica pela vivência de situações-problema do ensino. O professor, ao ter que criar uma situação-problema desencadeadora da aprendizagem de um conceito exercita um plano de ação antes idealizado. Sua objetivação requer a tomada de consciência sobre a necessidade de aprendizagem de um conceito; ações de ensino que acredita proporcionadoras de

uma boa aprendizagem; escolha de instrumentos mediadores para os processos de ensino e aprendizagem; por fim, deve avaliar se o que idealizou pode objetivar-se, isto é, possibilitou a qualidade da aprendizagem do conceito em foco. Ao desenvolver as atividades antes planejadas com os seus alunos, podem vivenciar que a atividade previamente idealizada está sujeita a múltiplas determinações: são pessoas que a realizam, em determinado tempo e lugar. Essas condições concretas é que vão balizando e imprimindo novas orientações ao antes idealizado para o que foi possível concretizar.

A Atividade Orientadora de Ensino (AOE) foi o modo de exercitar o futuro professor para a compreensão da plasticidade da sua atividade pedagógica e da busca constante pela identificação e aprofundamento teórico das multiplicidades de fatores intervenientes a serem considerados entre o que se idealiza e se concretiza na educação escolar. A atividade formativa, podemos chamar assim, mediada pela AOE no Clube de Matemática, é o modo de construir o significado da profissão de professor pelo exercício compartilhado das ações que constituem o que podemos chamar de atividade pedagógica. Nesta, o aprendiz de professor constrói coletivamente os parâmetros definidores da qualidade de ser professor. Ao ter que ensinar um conteúdo pode tomar consciência sobre os modos de construção dos conceitos como processos humanos de solução de problemas autênticos da humanidade e que os conteúdos escolares estão balizados por valores de quem os define. Desse modo, por um processo de reflexão coletivo, desenvolve a sua crítica e conscientiza-se de que a educação é intencionalidade e que sua objetivação requer um plano, ações modos de ação, e a avaliação do antes planejado.

Reflexões sobre as vivências apresentadas neste livro

"A música da educação surge da pugna (luta) para resolver uma dissonância" (VYGOTSKY, 2003, p.303). Uma dessas dissonâncias que serve de inspiração para a "composição" dessa

"música educativa" é, o já mencionado, "encapsulamento" da aprendizagem escolar. Para a superação desse problema, Davydov, aponta que a educação deveria propiciar ao sujeito a possibilidade do desenvolvimento da criatividade como um dos elementos formadores de sua personalidade, em outras palavras, "o trabalho didático-educativo com as crianças está orientado a formar neles uma posição vital ativa, o que, deste ponto de vista psicológico, significa desenvolver a necessidade de criar como fundamento interno da personalidade humana" (DAVYDOV, 1988, p.98).

Assim, põe-se a necessidade de uma organização escolar que propicie ao sujeito o desenvolvimento da sua personalidade, na sua expressão mais abrangente. Uma das formas de estruturar essa organização do processo educacional é por meio da criação de um espaço social como o Clube de Matemática.

No espaço do Clube de Matemática, são criadas tarefas de ensino baseadas nos nexos conceituais do conteúdo. Neste livro, o foco recaiu sobre os conceitos algébricos, mais especificamente sobre as funções. Para a descoberta desses 'germes' das funções, foi realizada uma análise lógico-histórica do desenvolvimento deste conceito matemático.

Na análise do processo de ensino realizado durante o desenvolvimento do projeto, constatamos uma grande dificuldade referente às tarefas de ensino. A dificuldade está vinculada à própria elaboração das tarefas de ensino. Apesar da realização de um exame lógico do conteúdo que visou a compreensão histórica do desenvolvimento do conceito, determinando quando esse é utilizado e quais são os aspectos essenciais que constituem a base do conteúdo a ser ensinado, constatamos que algumas tarefas não possibilitaram aos alunos a apropriação adequada do conteúdo abordado.

No entanto, apesar dessa situação, Medviediev (1996, p.170) argumenta o seguinte em relação à atividade dos alunos:

> O objetivo da análise lógica e psicológica da atividade dos escolares consiste em construir, hipotéticamente, um modo genérico de ação, isto é, um sistema de ações e operações graças ao qual se poderá

> resolver o conjunto desses problemas (admitindo a possibilidade de certas variações). Uma vez estabelecido, este modo genérico de ação servirá de "norma" para a atividade dos alunos, por ocasião da resolução de problemas, e permitirá vislumbrar as soluções individuais fornecidas pelos alunos, enquanto desvios em relação a essa norma.

No contexto exposto por Medviediev, as variações da 'norma', os erros, passam a ser considerados da seguinte forma:

> O erro cometido pelos alunos que estão resolvendo problemas de certo tipo constitui, para o pesquisador (para o professor), um meio de diagnosticar o que não foi bem feito, na introdução da situação, e representa, essencialmente, uma forma de rever a situação apresentada e de modificá-la para fazer com que o aluno desenvolva efetivamente o "modo de ação generalizado" esperado (Garnier; Bednarz; Ulanovskaya, 1996, p.210).

Deste modo, o erro é permitido e constitui um instrumento de formação importante para o professor. Com base nele, há possibilidade de o professor retomar as suas ações educativas em outro nível, há possibilidade de expandir a sua aprendizagem. Com isto, o processo de elaboração das tarefas constitui um momento imprescindível para a formação do professor.

A percepção das dificuldades encontradas só foi possível por meio das ações de ver-se e analisar-se, realizadas durante o processo de análise das ações educativas. Com base nessas ações, identificamos os erros e acertos da prática docente. Para Bernardes (2000, p.185), estas duas ações constituem, para o professor, uma "atividade significativa de reestruturação da prática docente no movimento contínuo da formação do professor".

Com essa última afirmação, podemos dizer, sem sombra de dúvida, que o processo de mutação, concretizou-se. O professor conseguiu reestruturar a sua prática docente e por consequência a sua atividade. Essa nova atividade implica na apropriação de um conhecimento constante e crescente sobre o objeto, mas, sobretudo,

um conhecimento a respeito do papel das ações desenvolvidas no projeto, que visa a construção planejada do conhecimento do objeto (Moura, 2000). Moura (2000, p.126), determina que o educador matemático e, por consequência, o professor é:

> [...] o sujeito que domina o conteúdo, mas é, sobretudo, o que tem a visão estratégica da sua ação no projeto de ensino da escola em que a matemática tem um determinado valor cultural e formativo e, sendo assim, ao executá-lo, edifica-se com novas qualidades de professor ao mesmo tempo em que constrói com os alunos uma matemática humanizadora de seus mundos.

A atividade do professor, implica numa nova formulação para o trabalho do professor, que implica em uma nova definição do seu desenvolvimento profissional. Este assume, para Davydov, um caráter fortemente criativo e, portanto, torna-se um processo de humanização e, por consequência, de formação da personalidade do sujeito, constituindo-se, deste modo, como uma atividade. Sendo assim, Davydov (apud DANIELS, 2002, p. 43) determina que o trabalho do professor tem as seguintes características:

> O trabalho do professor é particularmente complexo porque, em primeiro lugar, deve estar bem orientado para as regularidades da atividade pessoal da criança, ou seja, conhecer a psicologia da criança; em segundo, o professor deve conhecer as dinâmicas sociais particulares do cenário social da criança; e, em terceiro, deve saber sobre as possibilidades de sua própria atividade pedagógica para usá-las com sensibilidade e, assim, elevar a um novo nível a atividade, a consciência e a personalidade de seus pupilos. É por isso que o trabalho de um professor genuíno jamais pode ser estereotipado ou rotineiro; o trabalho do professor sempre contém um caráter profundamente criativo.

Por conseguinte, "se o futuro está nas escolas como organizações construtoras de conhecimento, é preciso repensar o ensino examinando as relações entre cognição e contexto e entre aprendizagem e produção de conhecimentos" (DANIELS, 2003,

p.136). Esse novo nível de atividade dos sujeitos (professor, alunos) só pode ser atingido, se promovermos a sua valorização e reorganização. Por meio da atividade o pensamento do sujeito é posto em movimento via o processo de análise e síntese que possibilite a reflexão das suas ações levando-o a produção de novas significações para este processo.

Esse movimento é potencializado em espaços sociais de aprendizagem, como o Clube de Matemática. Ambientes como esses são marcadamente caracterizados pela interdependência das atividades e ações dos sujeitos, isto é, os sistemas de atividade estão intrinsecamente conectados por um objeto potencialmente compartilhado.

Assim sendo, a atividade do professor e dos alunos (ensino e aprendizagem) necessitam de ações desencadeadoras que mobilizem os sujeitos na atividade tomando-se por base um conjunto de necessidades e motivos. Esse processo repete-se na relação entre o professor e os alunos na construção do conceito científico. A interdependência das ações propicia a reestruturação da atividade dos sujeitos que compartilham significados. Metaforicamente falando, podemos dizer, que esta, produz um novo 'arranjo' para a 'música' da educação, levando-a outro nível.

Referências

ALARCÃO, I. Professores reflexivos em uma escola reflexiva. São Paulo: Cortez, 2005. (coleção questões da nossa época, 104).

ANDRÉ, M. (org.). Formação de professores no Brasil (1990-1998). Brasília: MEC/Inep/Comped, 2002.

ARAÚJO, E. Da formação e do forma-se: a atividade de aprendizagem docente em uma escola pública. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

BARROS, L. Desenvolvimento do conceito de avaliação na formação inicial de professores em atividade colaborativa. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

BERNARDES, M. As ações na atividade educativa. Dissertação (Mestrado em Educação) –Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

BOROWSKY, H. G. Os movimentos de formação docente no projeto orientador de atividade. 242f. Tese (Doutorado em Educação) – UFSM, Santa Maria, 2017.

BROWN, C.; BORKO, H. Becoming a mathematics teacher. In: GROUWS, D. (ed.). Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the NCTM. New York: Simon & Schuster Macmillian and Prentice Hall International, 1992.

BROWN, S.; COONEY, T.; JONES, D. Mathematics teacher education. In: HOUSTON, W.R.; HABERMAN, M.; SIKULA, J. (eds.). Handbook of research on teacher education: A Project of the Association of Teacher Educators. New York: MacMillan, 1990.

BRZEZINSKI, I (org.). Formação de profissionais da educação (1997-2002). Brasília: Ministério da Educação, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2006. (Série Estado do Conhecimento, n. 10).

CAMARGO, R. Atividade formadora do professor de matemática de um projeto em parceria numa escola pública. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

CARR, W.; KEMMIS, S. Teoria crítica de la enseñanza. Barcelona: Ed. Martinez Roca, 1988.

CASTELS, M. A sociedade em rede, vol. 1. Tradução Roneide Venâncio Majer. São Paulo: Paz e Terra, 1999.

CEDRO, W. L. (Org.). Clube de matemática: vivências, experiências e reflexões. Curitiba: CRV, 2015.

CEDRO, W. L.; MOURA, M. O. de. Uma perspectiva histórico-cultural para o ensino de álgebra: o clube de matemática como espaço de aprendizagem. Zetetike, Campinas, SP, v. 15, n. 1, p. 37–56, 2007. DOI: 10.20396/zet.v15i27.8647015.

COCHRAN-SMITH, M. et al. (eds.). Handbook of Research on Teacher Education: Enduring Questions in Changing Contexts. Third Edition. Mahweh, N.J.: Lawrence Erlbaum Publishers, 2008.

COCHRAN-SMITH, M.; ZEICHNER, K. (eds.). Studying Teacher Education: The Report of the AERA Panel on Research and Teacher Education. Mahweh, N.J.: Lawrence Erlbaum Publishers, 2005.

CONTRERAS, J. A Autonomia dos Professores. Tradução Sandra T. Valenzuela. São Paulo:Cortez, 2002.

DANIELS, H (org.). Uma introdução a Vygotsky. Trad. Marcos Bagno. São Paulo: Edições Loyola, 2002.

DANIELS, H. Vygotsky e a pedagogia. Trad. Milton Camargo Mota. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

DAVYDOV, V. V. La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicológica teórica y experimental. Trad. Marta Shuare. Moscou: Editorial Progresso, 1988.

DIAS, M. Formação da imagem conceitual da reta real: Um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

DUARTE, N. Sociedade do conhecimento ou sociedade das ilusões?: quatro ensaios crítico dialéticos em filosofia da educação. Campinas, SP: Autores Associados, 2003. (Coleção polêmicas do nosso tempo, 86).

DUARTE, N. Vigotski e o Aprender a Aprender: crítica às apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria vigotskiana. Campinas: Autores Associados, 2000.

ELLIOT, J. Teachers as researchers: implications for supervision and teacher education. Teaching and teacher education, v. 6, n. 1, p. 1-26, 1990.

ENGUITA, M. A ambiguidade da docência: entre o profissionalismo e a proletarização. Teoria & Educação, Porto Alegre, n. 4, 1991.

EVANGELISTA, J. Crise do marxismo e irracionalismo pós-moderno. São Paulo: Cortez,1997.

FERREIRA, A. C. Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de Matemática. In: FIORENTINI, D. Formação de professores de Matemática: explorando novos caminhos. Campinas, SP: mercado de letras, 2003.

FIORENTINI, D. Mapeamento e balanço dos trabalhos do GT-19 (Educação Matemática) no período de 1998 a 2001. In: REUNIÃO DA ANPEd, 25, 2002, Caxambú, MG. Anais... Caxambú: ANPEd, 2002.

FIORENTINI, D. Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática. Tese (Doutorado em Educação: Metodologia de Ensino) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, SP, 1994.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Orgs.). Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática: Período 2001 a 2012.. 1. ed. Campinas: FE-Unicamp, 2016.

GARCIA, C. M. Formación del profesorado para el cambio educativo. Barcelona: ppu, 1994.

GARNIER, C., BEDNARZ, N.; ULANOVSKAYA, I. Após Vygostsky e Piaget: perspectiva social e construtivista. Escola russa e ocidental. Trad. Eunice Gruman. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GIROUX, H. Teoria crítica e resistência em educação: para além das teorias de reprodução. Petrópolis: Vozes, 1986.

HOUSTON, W.R.; HABERMAN, M.; SIKULA, J. (eds.). Handbook of research on teacher education: A Project of the Association of Teacher Educators. New York: MacMillan, 1990.

KINCHELOE, J. A formação do professor como compromisso político – mapeando o pósmoderno. Tradução Nize Maria Pellanda. Porto Alegre: Artes Medicas. 1997.

KUENZER, A. A formação de educadores no contexto das mudanças no mundo do trabalho: Novos desafios para as faculdades de educação. Educação e Sociedade, Campinas, v.19, n.63,1998. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-73301998000200007&lng=pt&nrm=iso.

LOPES, A. A aprendizagem docente no estágio compartilhado. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

MEDVIEDIEV, A. Aspectos lógicos, psicológicos e pedagógicos do ensino da física. In: GARNIER, C. et al (org.). Após Vygostsky e Piaget: perspectiva social e construtivista. Escola russa e ocidental. Trad. Eunice Gruman. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

MELO, M. et al.. Desenvolvimento Profissional do Professor que Ensina Matemática: uma meta-análise de estudos brasileiros. Quadrante (Lisboa), v. 15, p. 193-219, 2006.

MISKULIN, R. et al.. Pesquisas sobre trabalho colaborativo na formação de professores de Matemática: um olhar sobre a produção do Prapem/Unicamp. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A.(orgs.). Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática. 1. ed. São Paulo: Musa, 2005.

MORAES, S. Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática: contribuições da teoria histórico-cultural. Tese

(Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

MORETTI, V. Professores de Matemática em Atividade de Ensino. Uma perspectiva histórico-cultural para a formação. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

MOURA, M. O. de (org.). A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. Campinas: Autores Associados. 2016.

MOURA, M. O. de (org.). Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural. São Paulo: Loyola. 2017.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A.; CARVALHO, A. (orgs). Ensinar a ensinar: didática para a escola. São Paulo: Editora Pioneira, 2001.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como unidade formadora. Bolema, São Paulo, ano II, n.12, p.29-43, 1996.

MOURA, M. O. de. O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública. Tese (Livre Docência em Metodologia do Ensino de Matemática) – Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

NACARATO, A et al. Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. Educação em revista, Belo Horizonte: FE-UFMG, Ano XVII, n.36, dezembro, 2002.

NOVÓA, A. Profissão professor. Porto: porto editora, 1995.

PEREZ GOMEZ, A. A função e formação do(a) professor(a) no ensino para a compreensão. In: GIMENO SACRISTÁN, J.; PEREZ GOMEZ, A. Compreender e transformar o ensino. Porto Alegre: artes médicas, 1998.

PERRENOUD, P. Práticas pedagógicas, profissão docente e formação. Lisboa: dom Quixote,1992.

POPKEWITZ, T. Paradigm and ideology in educational research : the social functions of the intellectual. London; New York: Falmer Press, 1984.

ROMANOWSKI, J. As Licenciaturas no Brasil: um balanço das teses e dissertações dos anos 90. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

SCHÖN, D. The reflective practioner. Nova york: basic books, 1983.

SERRÃO, M. Estudantes de pedagogia e "atividade de aprendizagem" do ensino em formação. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

SERRÃO, M. Superando a racionalidade técnica na formação: sonho de uma noite de verão. In: PIMENTA, S.; GHEDIN, E. (orgs.). Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito. São Paulo: Cortez, 2005.

SHULMAN, L. Those who understand: the knowledge growths in teaching. Educational Researcher, p. 4-14, fev. 1986.

SIKULA, J.; BUTTERY, T.; GUYTON, E. (eds.). Handbook of research on teacher education.Second Edition. New York: Macmillan, 1996.

SILVA, S. Matemática na infância: uma construção, diferentes olhares. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

STENHOUSE, L. La investigación como base de la enseñanza. Madrid: morata, 1987.

TARDIFF, M. Saberes docentes e formação profissional. Tradução Francisco Pereira. Petrópolis: Vozes, 2002.

TAVARES, J. A formação como construção do conhecimento científico e pedagógico. In: SÁ-CHAVES, I. percursos de formação e desenvolvimento profissional. Porto: porto editora,1997.

TAVARES, S. A profissionalidade ampliada na atividade educativa. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

VENTORIM, S. A Formação do professor pesquisador na produção científica dos encontros de Didática e Prática de Ensino: 1994-2000. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 2005.

VYGOTSKY, L. S. Psicologia pedagógica – edição comentada. Guilhermo Blanck (org.).Trad. Claudia Schilling. Porto Alegre: Artmed, 2003.

WARDE, M. A produção discente dos programas de pós-graduação em educação no Brasil (1982-1991): avaliação e perspectivas na área de educação. Porto Alegre: ANPEd: CNPq, 1993.

WITTROCK, M. (editor). Handbook of research on teaching: A project of the American Educational Research Association. 3rd edition. New York: Macmillan Publishing Co., 1986.

XAVIER, C. et al. (orgs.). Mapeamento de educação matemática no Brasil, 1995: pesquisas, estudos, trabalhos técnicos-científicos por subárea temática. 2. ed. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais, 1996.

ZEICHNER, K. A formação reflexiva de professores. Lisboa: educa, 1993.

APRESENTAÇÃO DOS AUTORES E AUTORAS

ANA CLARA EMANUELE REZENDE



É licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG), onde desenvolveu sua formação acadêmica e profissional com dedicação e entusiasmo. Durante toda a graduação, participou ativamente do Programa de Educação Tutorial (PET), o que proporcionou uma vivência enriquecedora no ambiente acadêmico, além de contribuir para o desenvolvimento de atividades de ensino, pesquisa e extensão. Essa experiência foi fundamental para o aprimoramento de suas habilidades pedagógicas, fortalecendo seu compromisso com a educação e a busca pela melhoria contínua do ensino da Matemática. Atualmente, Ana Clara atua como professora de Matemática, sempre com o objetivo de proporcionar aos alunos uma compreensão mais profunda e significativa dos conteúdos, buscando, de forma criativa e inclusiva, despertar o interesse pela disciplina e incentivar o pensamento crítico.

GABRIELLA ROSA PEREIRA



Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática. Iniciou o curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Goiás - UFG em 2022. Participa como bolsista do Programa de Educação Tutorial da matemática - PETMAT desde 2022, no qual, atua no projeto de ensino intitulado "Clube de Matemática Ensino Médio". É integrante do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre a Atividade Matemática (GeMAT) do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás desde 2024.

GIOVANNA LIMA AMANCIO MORAES



Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática. Iniciou o curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Goiás (UFG) em 2022. Participa como bolsista do Programa de Educação Tutorial da matemática (PETMAT) desde 2022, no qual, atua no projeto de ensino intitulado "Clube de Matemática Ensino Médio" e já atuou nos projetos "Matemática

e Circo" e "Matemática Básica em Perspectiva". É integrante do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre a Atividade Matemática (GeMAT) do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás desde 2025.

JÚLS MARTINS DA CONCEIÇÃO



Iniciou a graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG) no ano de 2025 e atua, como bolsista, no Programa de Educação Tutorial (PETMAT-UFG), participando dos projetos "Clube de Matemática Ensino Médio" e "Matemática e Circo".

LUCAS SECUNDINO HONÓRIO SANTOS JACÓ



Possui experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática. Iniciou o curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Goiás (UFG) em 2022. Desde 2023, é bolsista do Programa de Educação Tutorial da Matemática (PET-MAT/UFG), atuando no projeto de ensino "Clube de Matemática Ensino Médio", no projeto "Matemática Básica Modelar", e durante dois anos no projeto "Matemática e Circo". Desde 2024, integra o Grupo de Estudos e

Pesquisa sobre a Atividade Matemática (GeMAT/IME-UFG). Foi presidente do Diretório Acadêmico do Instituto de Matemática e Estatística da UFG.

MARCOS HENRIQUE ALVES CHAVES

É licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG), na qual envolveu-se em diversos frontes (pesquisa, ensino, extensão, produção cultural, entre outros) que grandemente enriqueceram - e tem enriquecido - sua formação acadêmica, profissional e humana. Durante toda a graduação, envolveu-se ativamente enquanto bolsista do grupo do Programa de Educação Tutorial da Licenciatura em Matemática (PETMAT), experienciando, assim, diversas e vastas qualidades distintas de espaços educativos (tanto formais, como salas de aula de escolas das redes públicas de Goiânia, quanto informais, como picadeiros de circo) e modos da produção acadêmica em Educação e, em especial, em Educação Matemática. Marcos é integrante do Grupo de Estudos e Pesquisas Sobre a Atividade Matemática (GEMAT), vinculado à UFG. Atualmente, atua como professor da rede estadual do estado de Goiás.



MARIA DO CARMO DE SOUSA

Prefácio

Professora Titular da Universidade Federal de São Carlos, do Departamento Interdisciplinar de Formação Docente (DIFD/CECH), anteriormente denominado de Departamento de Metodologia de Ensino (DME/CECH). Bolsista produtividade em pesquisa 2 do CNPq. Atua na gestão do Núcleo de Estudos Afro-brasileiros da UFSCar (NEAB/UFSCar) e na vice chefia do DIFD/ UFSCar. Pós-doutorado pela Faculdade de Educação da USP-FEUSP (2016). Mestre em Educação pela



UNICAMP (1999) e Doutora em Educação pela UNICAMP (2004), área de concentração em Educação Matemática. Especialista em Matemática pela UNICAMP (1993). Licenciada em Matemática pela UNISO (1989). Líder do Grupo de Pesquisa Formação Compartilhada de Professores Escola e Universidade (GPEFCom-UFSCar). Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica (GEPAPE-FEUSP). Possui experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática. Desenvolve pesquisa nas seguintes temáticas: Formação de Professores, Educação Matemática, Educação Conceitual, História da Matemática e ensino de álgebra. Foi chefe do DME/UFSCar (2021-2022; 2023-2024), vice-chefe do DME/UFSCar (2022-2023), vice-coordenadora do Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação (PPGPE - UFSCar), no período de 2019 a 2021. Coordenou o Programa Residência Pedagógica (UFSCar), no período de agosto/2018 a janeiro/2020. Coordenou o Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação (PPGPE - UFSCar), nos

períodos: 2013 a 2015 e 2017 a 2019. Coordenou o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID-UFSCar), no período de 2008 a 2014. Coordenou o Programa Observatório da Educação (OBEDUC-UFSCar), no período de 2009 a 2012. Atuou no cargo de professor assistente na UNESP - Presidente Prudente; como docente e supervisora de EAD - Cegesp (UNICAMP) e, na Educação Básica, em escolas públicas e particulares, da cidade de Salto/SP.

MARIA EDUARDA VIANA CAMARGO



Professora de Matemática pela Universidade Federal de Goiás (2024). Entre 2020 e 2024, atuou como voluntária e bolsista no Programa de Educação Tutorial da Licenciatura em Matemática (PET-MAT), participando de projetos como o "Clube de Matemática no Ensino Médio", "Matemática e Circo", e "Matemática Básica em Perspectiva". De 2023 a 2024, também foi voluntária nos Cursos Modulares de Matemática Básica da UFG. Atualmente é professora na rede estadual de ensino de Goiás.

MAYLINE REGINA SILVA



É doutora (2023) e mestra (2019) em Educação em Ciências e Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Goiás. É licenciada em Matemática (2016) pela mesma instituição. Pedagoga (2021) pela UNIFAEL. Atualmente, é docente efetiva da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologias (FACET), da Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD). Também é Tutora à Distância do curso de Especialização em Formação de Professores que Ensinam Matemática pela Universidade Federal do Piauí (UAB -EaD) e coordenadora do Projeto de extensão Clube de Matemática, da UFG. É membro do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre a Atividade Matemática (GeMAT) do Instituto de Matemática e Estatística, da UFG desde 2015 e da Rede de Grupos de Estudos e Pesquisas sobre Atividade Pedagógica (GEPAPe). Foi professora das Secretarias do Estado de Goiás e do Município de Goiânia, desenvolvendo atividades para a Educação Básica. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, com linha de pesquisa sobre formação de professores.

NATHALIA FELIX FRIGO



É Graduada em Matemática pela Universidade Federal de Goiás em 2023. Foi bolsista do Programa de Educação Tutorial da Licenciatura em Matemática (PETMAT-UFG), pela mesma instituição, participando de projetos como o "Clube de Matemática Ensino Médio", e "Matemática Básica em Perspectiva". Atualmente é professora na rede estadual de ensino de Goiás.

RAFAEL ALMEIDA CÂNDIDO



É licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG), onde ingressou em 2021. Foi bolsista do Programa de Educação Tutorial (PETMAT) a partir de 2022, vem atuando ativamente em projetos de ensino, pesquisa e extensão voltados para a Educação Matemática. Sua experiência inclui a participação em iniciativas que aplicam a teoria à prática, refletindo sua formação abrangente. Atualmente, atua como professor na rede privada de ensino.

REBEKA GUIMARÃES REIS



Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática. Iniciou o curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Goiás (UFG) em 2023. Participa como bolsista do Programa de Educação Tutorial da Matemática (PETMAT) desde setembro de 2023, no qual já atuou no projeto "Matemática e Circo" e atualmente integra o projeto de ensino "Clube de Matemática Ensino Médio".

RODRIGO GUIMARÃES ARAÚJO



Bacharel em Engenharia de Computação pelo Instituto de Educação Superior de Brasília (2019) e Especialização em Inteligência Artificial pela Faculdade Unyleya (2020). Atualmente, atua como Engenheiro de Dados Sênior na Globo e, paralelamente, cursa Licenciatura em Matemática. Sua contribuição acadêmica e voluntária se estende a atividades no PETMAT/UFG e à participação como membro do Conselho Diretor do IME/UFG.

Possui vasta experiência na área de Ciência da Computação, especialmente em Processamento de Sinais e Inteligência Artificial e dedica-se à pesquisas em temas variados, como educação matemática, computação quântica, transtorno do espectro autista e redes neurais.

VITÓRIA KAROLLINY DE ALMEIDA SILVA



Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM/UFG), com interesse na formação inicial de professores. Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG), tendo sido bolsista do Programa de Residência Pedagógica. Integra o Grupo de Estudos e Pesquisa sobre a Atividade Matemática (GeMAT/IME-UFG) e apresenta experiência na área de Matemática, com ênfase no Ensino de Matemática.

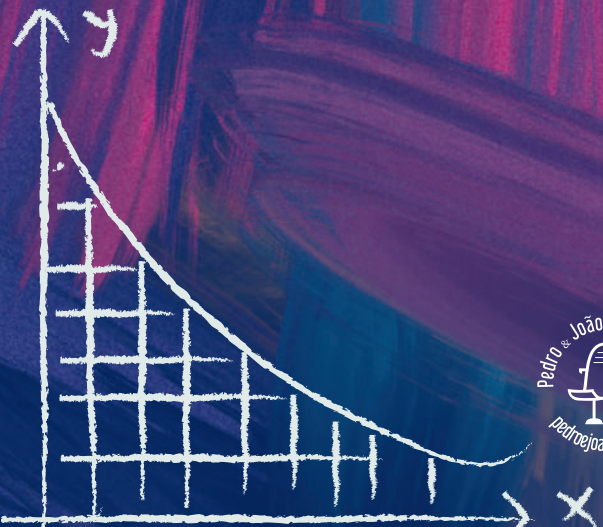
WELLINGTON LIMA CEDRO



É Doutor em Educação (área de Ensino de Ciências e Matemática) pela Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FEUSP), tem mestrado em Educação pela FEUSP. Professor Titular do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás (IME/UFG). Atua no curso de licenciatura em Matemática e no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM/UFG), mestrado e doutorado. É Coordenador do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre a Atividade Matemática (GeMAT) do IME/UFG. Membro do GEPAPe (Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica) da FEUSP. Atual Tutor do PETMAT/UFG (2015 -??). Atual diretor da Regional Goiás da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (2022-2025). Coordenador do projeto de Clube de Matemática do IME/UFG. Membro do GT 19 da ANPED. Foi coordenador do curso de Licenciatura em Matemática da UFG (2021-2025). Foi professor de matemática da rede estadual de ensino do estado de Goiás e da rede municipal de ensino da cidade de Goiânia. Foi Coordenador do Grupo de Trabalho 07 (GT-07 - FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA) da SBEM BRASIL (2015-2018). Foi coordenador do PPGECM/UFG, mestrado e doutorado (2015-2016) e vice coordenador (2011-2014). Foi Diretor da Regional Goiás da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (2010-2016), Vice-diretor (2019-2022) e Primeiro secretário (2007-2010). Foi coordenador do Núcleo da UFG do projeto "Educação matemática nos anos iniciais do Ensino

Fundamental: Princípios e práticas da organização do ensino"- OBEDUC/CAPES (2011-2015). Foi Coordenador de Área do subprojeto Matemática do PIBID/UFG Goiânia (2010-2011). No IME/UFG, foi coordenador do laboratório de Educação Matemática (LEMAT/IME/UFG) no período de 2009-2012, foi coordenador de estágio do curso de licenciatura em matemática (2006-2007; 2009; 2012-2014; 2019-2020), e, foi coordenador do curso de especialização em educação matemática (2010-2013).Na Educação Matemática, os seus trabalhos e pesquisas enfatizam a formação de professores que ensinam matemática, as atividades de ensino e a aprendizagem de docentes e estudantes, tendo como base teórica a Teoria histórico-cultural.

Uma experiência no Ensino de Matemática, o Clube de Matemática Ensino Médio une teoria e prática para transformar a aprendizagem de funções. Por meio de uma abordagem colaborativa e contextualizada, este livro apresenta relatos de futuros professores e professores de Matemática que, junto a estudantes, exploram conceitos matemáticos a partir de situações reais. Uma obra essencial para educadores que buscam inspirar-se em práticas pedagógicas reflexivas e humanizadoras.



Pedro & João Editores
20 AÑOS
pedrojoaoeditores.com.br

ISBN 978-65-265-2603-3